

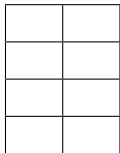
Técnicas para construção de gráficos, parte 2

Giuliano Boava

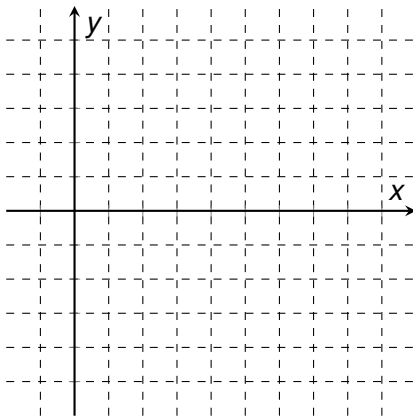
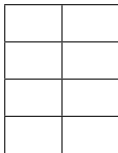
Espelhamento em relação ao eixo x (vertical)

Preliminares

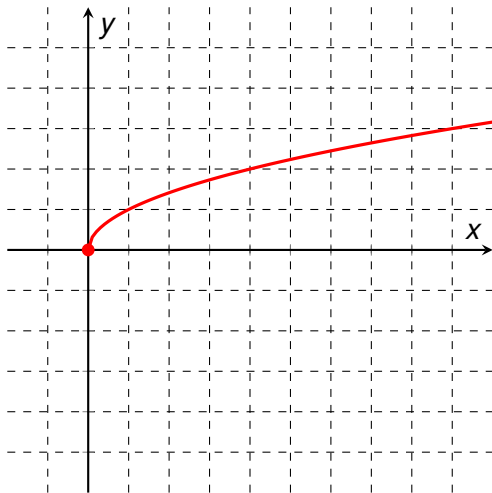
$$g(x) = \sqrt{x}$$



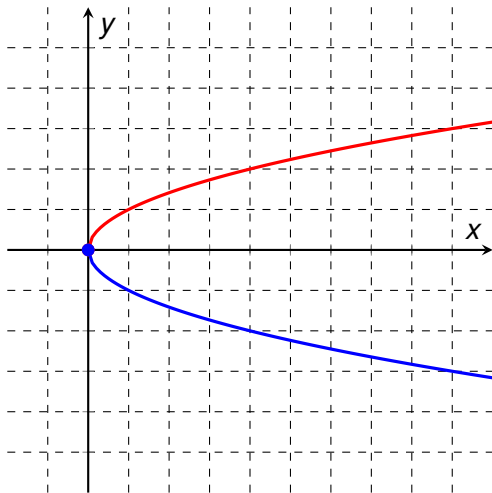
$$f(x) = -\sqrt{x}$$



Espelhamento em relação ao eixo x (vertical)



Espelhamento em relação ao eixo x (vertical)



Espelhamento em relação ao eixo x (vertical)

Conclusão: Quando a regra de formação de uma função f é obtida multiplicando por -1 a regra de formação de uma função g , então o gráfico de f é obtido a partir do gráfico de g espelhando-o em relação ao eixo x .

Espelhamento em relação ao eixo x (vertical)

Exercício

Faça o gráfico da função $f(x) = -|x|$.

Espelhamento em relação ao eixo x (vertical)

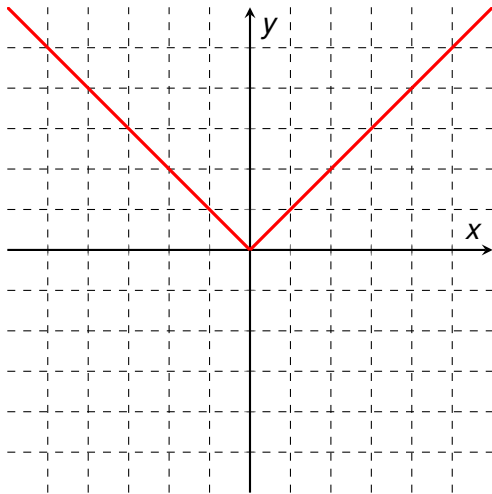
Exercício

Faça o gráfico da função $f(x) = -|x|$.

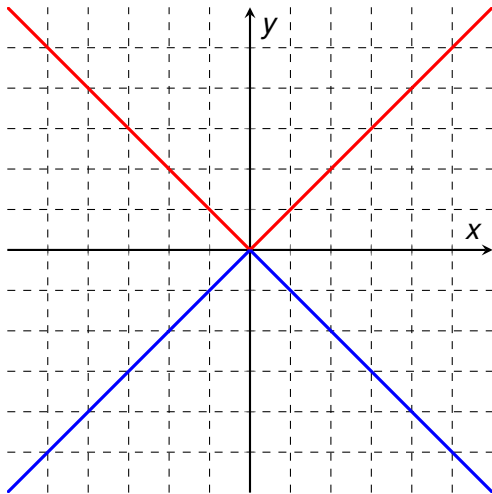
Solução

Já conhecemos o gráfico da função $g(x) = |x|$.

Espelhamento em relação ao eixo x (vertical)



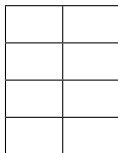
Espelhamento em relação ao eixo x (vertical)



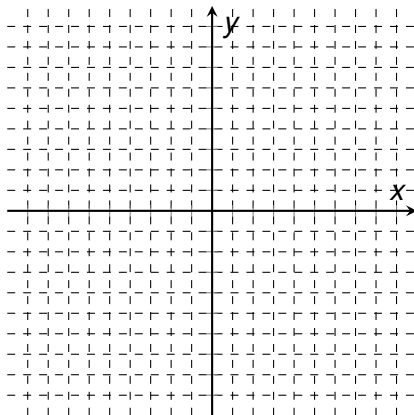
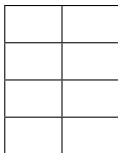
Espelhamento em relação ao eixo y (horizontal)

Preliminares

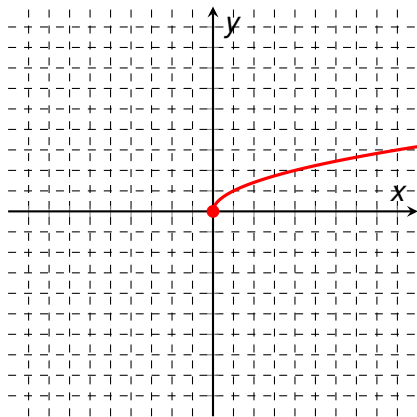
$$g(x) = \sqrt{x}$$



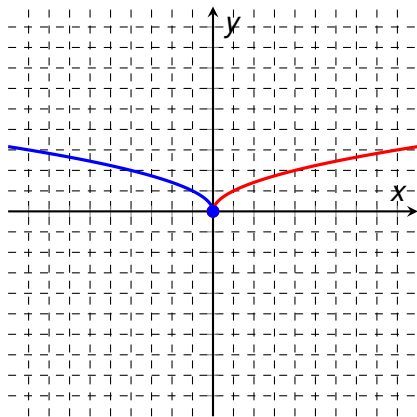
$$f(x) = \sqrt{-x}$$



Espelhamento em relação ao eixo y (horizontal)



Espelhamento em relação ao eixo y (horizontal)



Espelhamento em relação ao eixo y (horizontal)

Conclusão: Quando a regra de formação de uma função f é obtida a partir da regra de formação de uma função g substituindo x por $-x$, então o gráfico de f é obtido a partir do gráfico de g espelhando-o em relação ao eixo y .

Espelhamento em relação ao eixo y (horizontal)

Exercício

Faça o gráfico da função $f(x) = |-x|$.

Espelhamento em relação ao eixo y (horizontal)

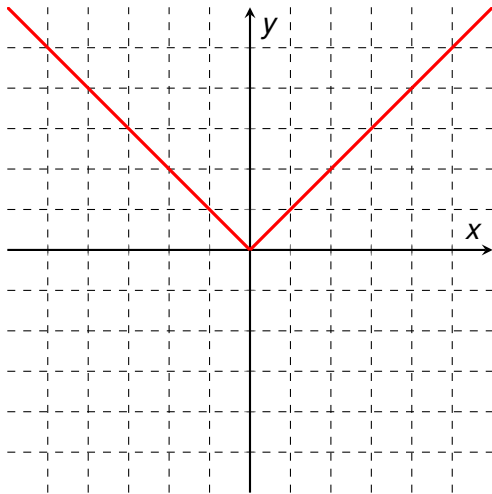
Exercício

Faça o gráfico da função $f(x) = |-x|$.

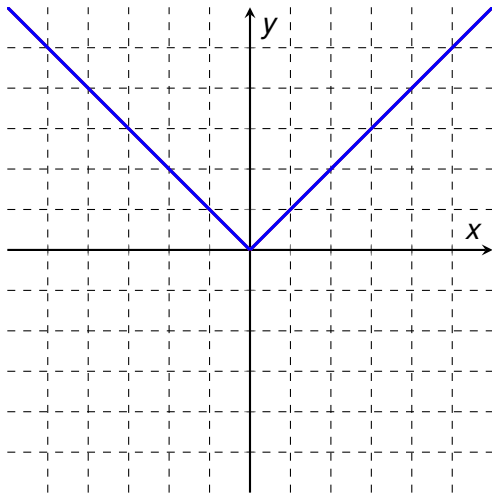
Solução

Já conhecemos o gráfico da função $g(x) = |x|$.

Espelhamento em relação ao eixo y (horizontal)



Espelhamento em relação ao eixo y (horizontal)

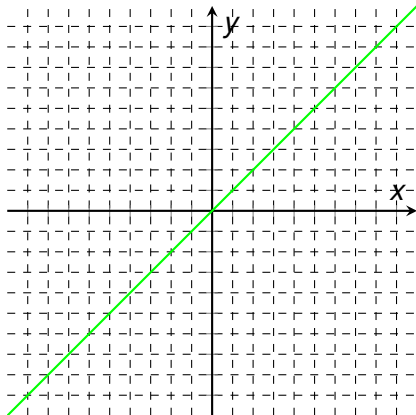


Espelhamento em relação à reta $y = x$

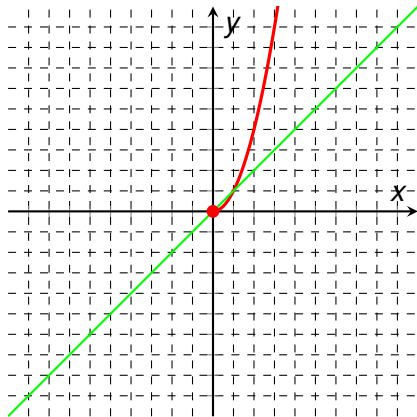
Preliminares

$$\begin{aligned} g : [0, \infty) &\rightarrow \\ &[0, \infty) \\ g(x) &= x^2 \end{aligned}$$

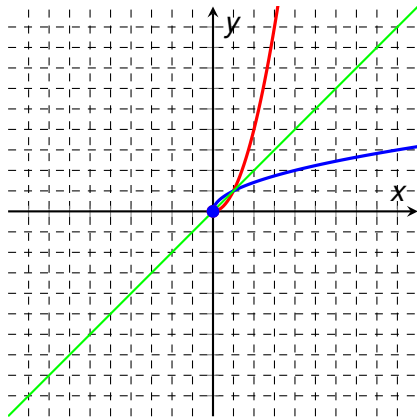
$$\begin{aligned} f : [0, \infty) &\rightarrow \\ &[0, \infty) \\ f(x) &= \sqrt{x} \end{aligned}$$



Espelhamento em relação à reta $y = x$



Espelhamento em relação à reta $y = x$



Espelhamento em relação à reta $y = x$

Conclusão: Se f e g são inversas entre si, então seus gráficos são espelhados em relação à reta $y = x$.

Espelhamento em relação à reta $y = x$

Exercício

- (a) Verifique que a função $g : [2, \infty) \rightarrow [-4, \infty)$ dada por $g(x) = x^2 - 4x$ é bijetora.
- (b) Mostre que a inversa de g é a função $f : [-4, \infty) \rightarrow [2, \infty)$ dada por $f(x) = 2 + \sqrt{4 + x}$.
- (c) Faça o gráfico de f .

Espelhamento em relação à reta $y = x$

Exercício

- (a) Verifique que a função $g : [2, \infty) \rightarrow [-4, \infty)$ dada por $g(x) = x^2 - 4x$ é bijetora.
- (b) Mostre que a inversa de g é a função $f : [-4, \infty) \rightarrow [2, \infty)$ dada por $f(x) = 2 + \sqrt{4 + x}$.
- (c) Faça o gráfico de f .

Solução

Espelhamento em relação à reta $y = x$

Exercício

- (a) Verifique que a função $g : [2, \infty) \rightarrow [-4, \infty)$ dada por $g(x) = x^2 - 4x$ é bijetora.
- (b) Mostre que a inversa de g é a função $f : [-4, \infty) \rightarrow [2, \infty)$ dada por $f(x) = 2 + \sqrt{4 + x}$.
- (c) Faça o gráfico de f .

Solução

- (a)

Espelhamento em relação à reta $y = x$

Exercício

- (a) Verifique que a função $g : [2, \infty) \rightarrow [-4, \infty)$ dada por $g(x) = x^2 - 4x$ é bijetora.
- (b) Mostre que a inversa de g é a função $f : [-4, \infty) \rightarrow [2, \infty)$ dada por $f(x) = 2 + \sqrt{4 + x}$.
- (c) Faça o gráfico de f .

Solução

(a)

(b) $y = x^2 - 4x$

Espelhamento em relação à reta $y = x$

Exercício

- (a) Verifique que a função $g : [2, \infty) \rightarrow [-4, \infty)$ dada por $g(x) = x^2 - 4x$ é bijetora.
- (b) Mostre que a inversa de g é a função $f : [-4, \infty) \rightarrow [2, \infty)$ dada por $f(x) = 2 + \sqrt{4 + x}$.
- (c) Faça o gráfico de f .

Solução

- (a)
- (b) $y = x^2 - 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x - y = 0$

Espelhamento em relação à reta $y = x$

Exercício

- (a) Verifique que a função $g : [2, \infty) \rightarrow [-4, \infty)$ dada por $g(x) = x^2 - 4x$ é bijetora.
- (b) Mostre que a inversa de g é a função $f : [-4, \infty) \rightarrow [2, \infty)$ dada por $f(x) = 2 + \sqrt{4 + x}$.
- (c) Faça o gráfico de f .

Solução

(a)

(b) $y = x^2 - 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x - y = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4y}}{2}$

Espelhamento em relação à reta $y = x$

Exercício

- (a) Verifique que a função $g : [2, \infty) \rightarrow [-4, \infty)$ dada por $g(x) = x^2 - 4x$ é bijetora.
- (b) Mostre que a inversa de g é a função $f : [-4, \infty) \rightarrow [2, \infty)$ dada por $f(x) = 2 + \sqrt{4 + x}$.
- (c) Faça o gráfico de f .

Solução

(a)

(b) $y = x^2 - 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x - y = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4y}}{2}$
 $\Leftrightarrow x = 2 + \sqrt{4 + y}.$

Espelhamento em relação à reta $y = x$

Exercício

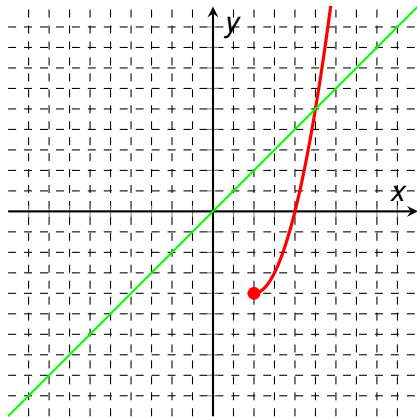
- (a) Verifique que a função $g : [2, \infty) \rightarrow [-4, \infty)$ dada por $g(x) = x^2 - 4x$ é bijetora.
- (b) Mostre que a inversa de g é a função $f : [-4, \infty) \rightarrow [2, \infty)$ dada por $f(x) = 2 + \sqrt{4 + x}$.
- (c) Faça o gráfico de f .

Solução

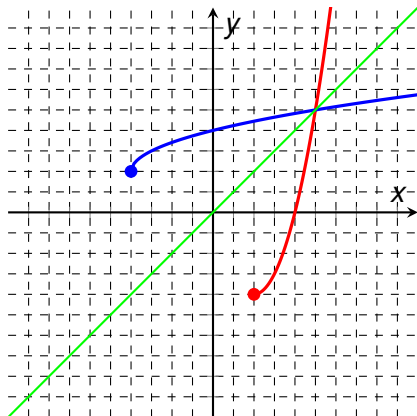
(a)

(b) $y = x^2 - 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x - y = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4y}}{2}$
 $\Leftrightarrow x = 2 + \sqrt{4 + y}$.
Logo, $g^{-1}(x) = 2 + \sqrt{4 + x}$.

Espelhamento em relação à reta $y = x$



Espelhamento em relação à reta $y = x$



FIM