

Técnicas para construção de gráficos, parte 4

Giuliano Boava

Exemplos

Exemplo

Faça o gráfico da função $f(x) = -\sqrt[3]{x-2} + 2$.

Exemplos

Exemplo

Faça o gráfico da função $f(x) = -\sqrt[3]{x-2} + 2$.

Solução

- ▶ A primeira etapa é identificar uma função “fácil” a qual conhecemos o gráfico e que seja “parecida” com a função do enunciado. Neste caso, a função é $g_1(x) = \sqrt[3]{x}$.

Exemplos

Exemplo

Faça o gráfico da função $f(x) = -\sqrt[3]{x-2} + 2$.

Solução

- ▶ A primeira etapa é identificar uma função “fácil” a qual conhecemos o gráfico e que seja “parecida” com a função do enunciado. Neste caso, a função é $g_1(x) = \sqrt[3]{x}$.
- ▶ Agora, o trabalho está em encontrar uma sequência de passos que conduzam da função g_1 à função f .

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

Alteração correspondente no gráfico:

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \sqrt[3]{x}$, troca x por $x - 2$;

Alteração correspondente no gráfico:

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \sqrt[3]{x}$, troca x por $x - 2$;
- ▶ $g_2(x) = \sqrt[3]{x - 2}$, multiplica a função por -1 ;

Alteração correspondente no gráfico:

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \sqrt[3]{x}$, troca x por $x - 2$;
- ▶ $g_2(x) = \sqrt[3]{x - 2}$, multiplica a função por -1 ;
- ▶ $g_3(x) = -\sqrt[3]{x - 2}$, soma dois à função;

Alteração correspondente no gráfico:

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \sqrt[3]{x}$, troca x por $x - 2$;
- ▶ $g_2(x) = \sqrt[3]{x - 2}$, multiplica a função por -1 ;
- ▶ $g_3(x) = -\sqrt[3]{x - 2}$, soma dois à função;
- ▶ Por fim, obtém-se a função $f(x) = -\sqrt[3]{x - 2} + 2$.

Alteração correspondente no gráfico:

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \sqrt[3]{x}$, troca x por $x - 2$;
- ▶ $g_2(x) = \sqrt[3]{x - 2}$, multiplica a função por -1 ;
- ▶ $g_3(x) = -\sqrt[3]{x - 2}$, soma dois à função;
- ▶ Por fim, obtém-se a função $f(x) = -\sqrt[3]{x - 2} + 2$.

Alteração correspondente no gráfico:

- ▶ Faz-se o gráfico de g_1 ;

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \sqrt[3]{x}$, troca x por $x - 2$;
- ▶ $g_2(x) = \sqrt[3]{x - 2}$, multiplica a função por -1 ;
- ▶ $g_3(x) = -\sqrt[3]{x - 2}$, soma dois à função;
- ▶ Por fim, obtém-se a função $f(x) = -\sqrt[3]{x - 2} + 2$.

Alteração correspondente no gráfico:

- ▶ Faz-se o gráfico de g_1 ;
- ▶ Desloca o gráfico duas unidades para a direita para obter o gráfico de g_2 ;

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \sqrt[3]{x}$, troca x por $x - 2$;
- ▶ $g_2(x) = \sqrt[3]{x - 2}$, multiplica a função por -1 ;
- ▶ $g_3(x) = -\sqrt[3]{x - 2}$, soma dois à função;
- ▶ Por fim, obtém-se a função $f(x) = -\sqrt[3]{x - 2} + 2$.

Alteração correspondente no gráfico:

- ▶ Faz-se o gráfico de g_1 ;
- ▶ Desloca o gráfico duas unidades para a direita para obter o gráfico de g_2 ;
- ▶ Espelha o gráfico em relação ao eixo x para obter o gráfico de g_3 ;

Exemplos

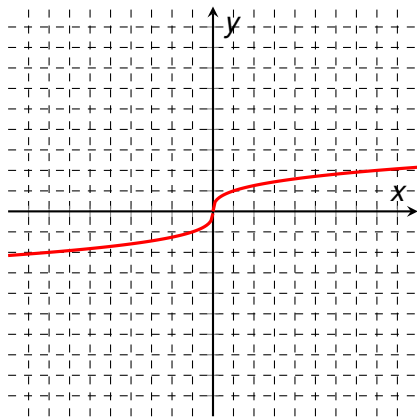
Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \sqrt[3]{x}$, troca x por $x - 2$;
- ▶ $g_2(x) = \sqrt[3]{x - 2}$, multiplica a função por -1 ;
- ▶ $g_3(x) = -\sqrt[3]{x - 2}$, soma dois à função;
- ▶ Por fim, obtém-se a função $f(x) = -\sqrt[3]{x - 2} + 2$.

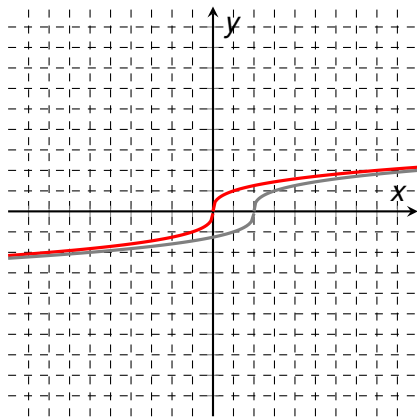
Alteração correspondente no gráfico:

- ▶ Faz-se o gráfico de g_1 ;
- ▶ Desloca o gráfico duas unidades para a direita para obter o gráfico de g_2 ;
- ▶ Espelha o gráfico em relação ao eixo x para obter o gráfico de g_3 ;
- ▶ Desloca o gráfico duas unidades para cima para obter o gráfico de f .

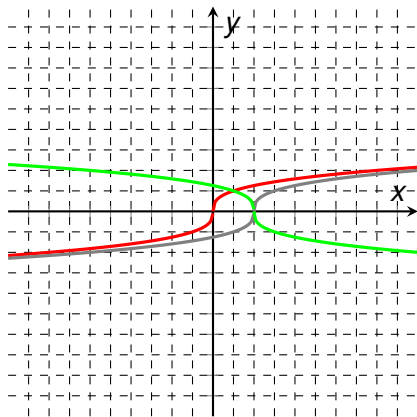
Exemplos



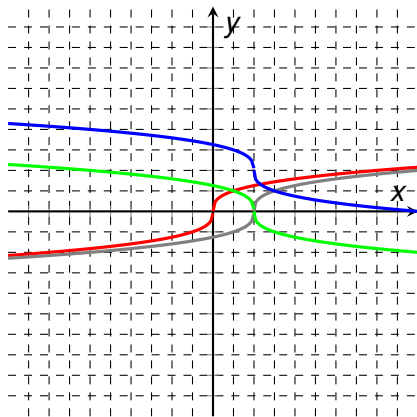
Exemplos



Exemplos



Exemplos



Exemplos

Observações. Normalmente, fazemos todos os gráficos de g_1 , g_2 e g_3 em um rascunho, de forma separada do gráfico inicial, para que não fique confusa a resposta final. Também é importante carregar alguns pontos de base do gráfico inicial para ajudar na construção dos gráficos seguintes.

Exemplos

Pergunta

A ordem das operações acima faz diferença para o resultado final?

Exemplos

Pergunta

A ordem das operações acima faz diferença para o resultado final?

Resposta

Normalmente, sim!!

Exemplos

Pergunta

A ordem das operações acima faz diferença para o resultado final?

Resposta

Normalmente, sim!!

Exemplo

A função $f(x) = \sqrt{2x+1}$ é obtida a partir de $g_1(x) = \sqrt{x}$ aplicando duas operações em sequência. Pode-se trocar x por $x+1$ e, em seguida, trocar x por $2x$. Fazer essas operações na ordem inversa não leva à função f !!

Exemplos

Exercício

Faça o gráfico da função $f(x) = -2 \operatorname{sen} \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$.

Exemplos

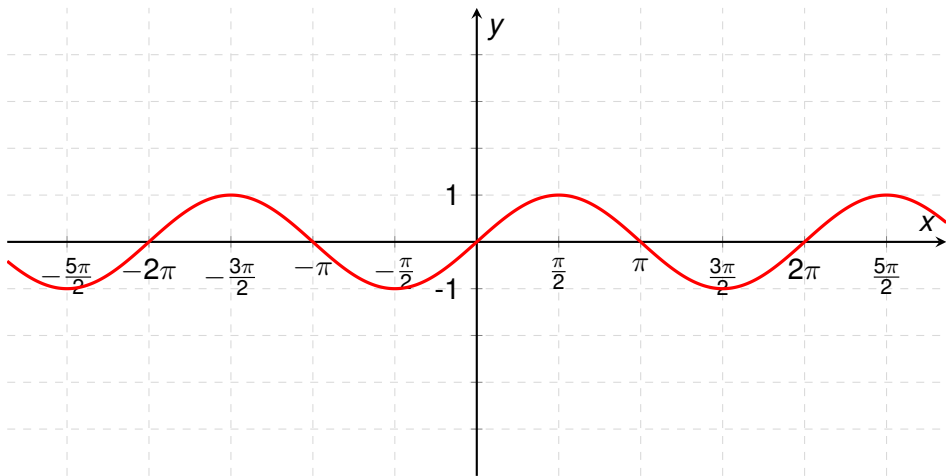
Exercício

Faça o gráfico da função $f(x) = -2 \operatorname{sen} \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$.

Solução

O gráfico da função $g_1(x) = \operatorname{sen} x$ é

Exemplos



Exemplos

Operações na regra de formação da função:

Alteração correspondente no gráfico:

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \text{sen } x$, multiplica a função por 2;

Alteração correspondente no gráfico:

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \text{sen } x$, multiplica a função por 2;
- ▶ $g_2(x) = 2 \text{ sen } x$, multiplica a função por -1 ;

Alteração correspondente no gráfico:

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \text{sen } x$, multiplica a função por 2;
- ▶ $g_2(x) = 2 \text{ sen } x$, multiplica a função por -1 ;
- ▶ $g_3(x) = -2 \text{ sen } x$, troca x por $x - \frac{\pi}{6}$;

Alteração correspondente no gráfico:

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \text{sen } x$, multiplica a função por 2;
- ▶ $g_2(x) = 2 \text{ sen } x$, multiplica a função por -1 ;
- ▶ $g_3(x) = -2 \text{ sen } x$, troca x por $x - \frac{\pi}{6}$;
- ▶ Por fim, obtém-se a função $f(x) = -2 \text{ sen} \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$.

Alteração correspondente no gráfico:

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \text{sen } x$, multiplica a função por 2;
- ▶ $g_2(x) = 2 \text{ sen } x$, multiplica a função por -1 ;
- ▶ $g_3(x) = -2 \text{ sen } x$, troca x por $x - \frac{\pi}{6}$;
- ▶ Por fim, obtém-se a função $f(x) = -2 \text{ sen } \left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.

Alteração correspondente no gráfico:

- ▶ Faz-se o gráfico de g_1 ;

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \text{sen } x$, multiplica a função por 2;
- ▶ $g_2(x) = 2 \text{ sen } x$, multiplica a função por -1 ;
- ▶ $g_3(x) = -2 \text{ sen } x$, troca x por $x - \frac{\pi}{6}$;
- ▶ Por fim, obtém-se a função $f(x) = -2 \text{ sen } \left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.

Alteração correspondente no gráfico:

- ▶ Faz-se o gráfico de g_1 ;
- ▶ Dilata verticalmente o gráfico por um fator 2 para obter o gráfico de g_2 ;

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \text{sen } x$, multiplica a função por 2;
- ▶ $g_2(x) = 2 \text{ sen } x$, multiplica a função por -1 ;
- ▶ $g_3(x) = -2 \text{ sen } x$, troca x por $x - \frac{\pi}{6}$;
- ▶ Por fim, obtém-se a função $f(x) = -2 \text{ sen } \left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.

Alteração correspondente no gráfico:

- ▶ Faz-se o gráfico de g_1 ;
- ▶ Dilata verticalmente o gráfico por um fator 2 para obter o gráfico de g_2 ;
- ▶ Espelha o gráfico em relação ao eixo x para obter o gráfico de g_3 ;

Exemplos

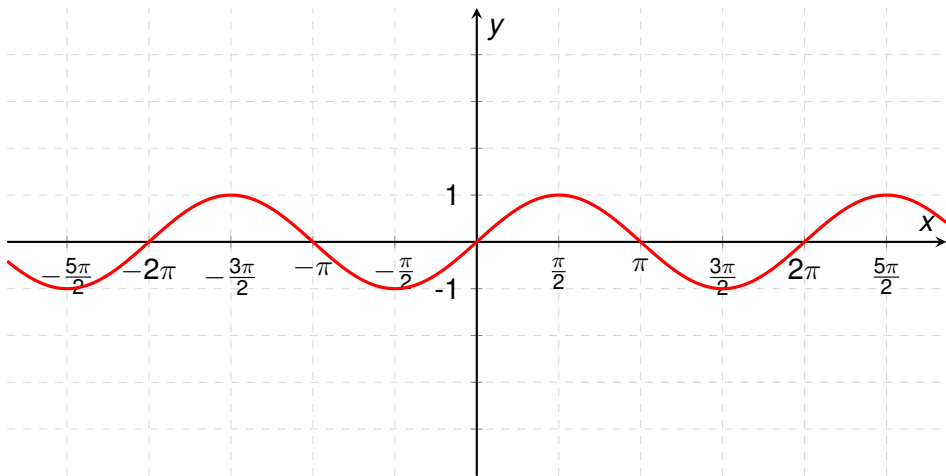
Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = \text{sen } x$, multiplica a função por 2;
- ▶ $g_2(x) = 2 \text{ sen } x$, multiplica a função por -1 ;
- ▶ $g_3(x) = -2 \text{ sen } x$, troca x por $x - \frac{\pi}{6}$;
- ▶ Por fim, obtém-se a função $f(x) = -2 \text{ sen } \left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.

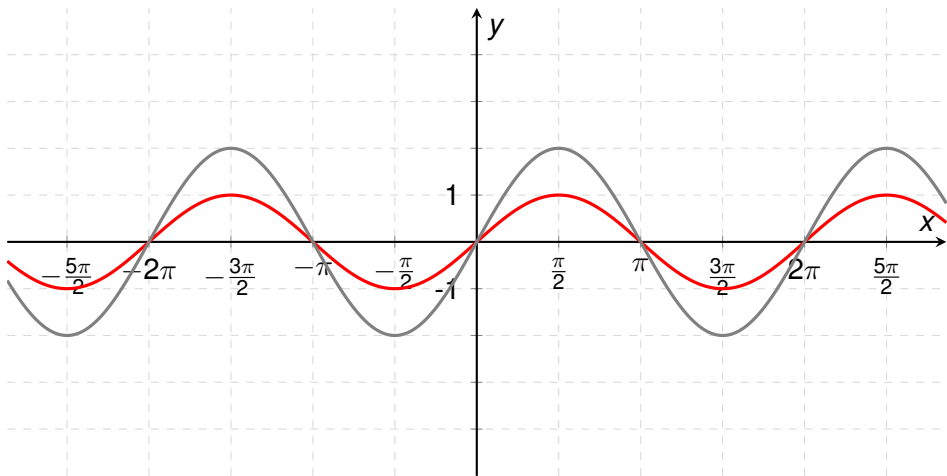
Alteração correspondente no gráfico:

- ▶ Faz-se o gráfico de g_1 ;
- ▶ Dilata verticalmente o gráfico por um fator 2 para obter o gráfico de g_2 ;
- ▶ Espelha o gráfico em relação ao eixo x para obter o gráfico de g_3 ;
- ▶ Desloca o gráfico $\pi/6$ unidades para a direita para obter o gráfico de f .

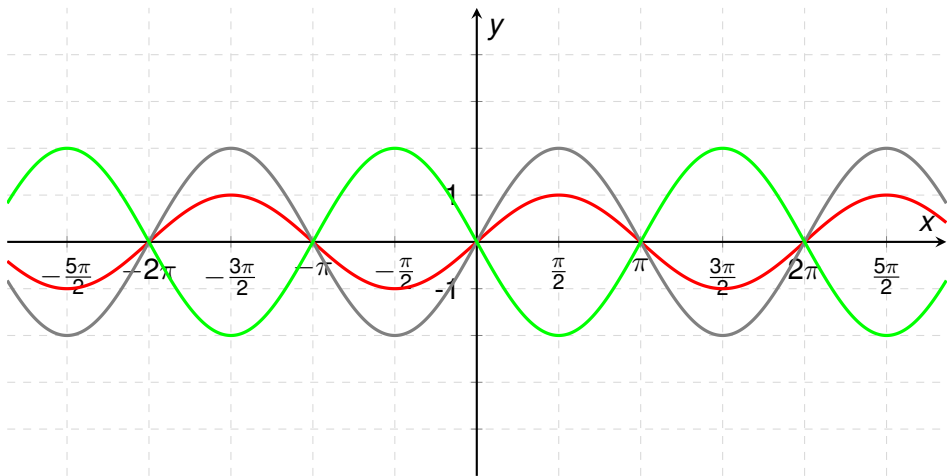
Exemplos



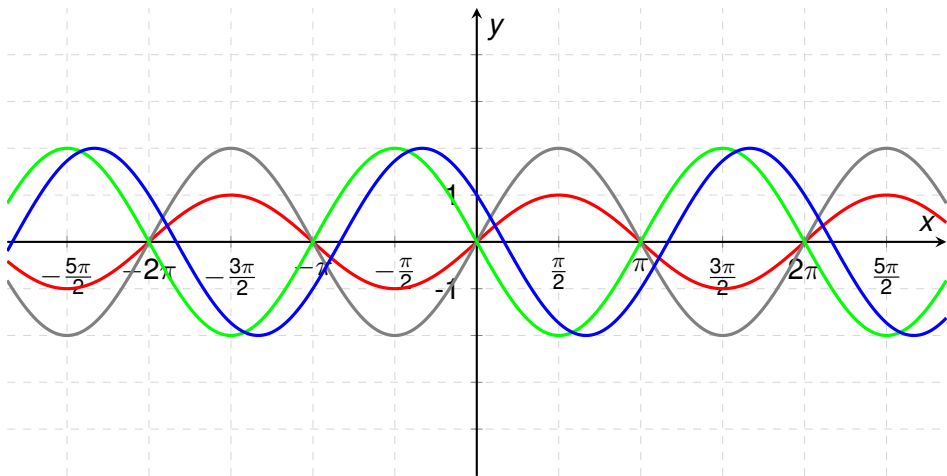
Exemplos



Exemplos



Exemplos



Exemplos

Exercício

Faça o gráfico da função $f(x) = 2^{x-4} + 1$.

Exemplos

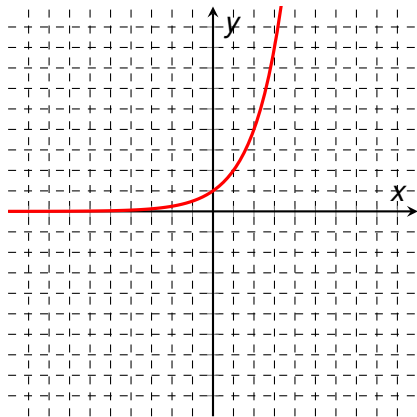
Exercício

Faça o gráfico da função $f(x) = 2^{x-4} + 1$.

Solução

O gráfico da função $g_1(x) = 2^x$ é

Exemplos



Exemplos

Operações na regra de formação da função:

Alteração correspondente no gráfico:

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = 2^x$, troca x por $x - 4$;

Alteração correspondente no gráfico:

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = 2^x$, troca x por $x - 4$;
- ▶ $g_2(x) = 2^{x-4}$, soma 1 à função;

Alteração correspondente no gráfico:

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = 2^x$, troca x por $x - 4$;
- ▶ $g_2(x) = 2^{x-4}$, soma 1 à função;
- ▶ Por fim, obtém-se a função $f(x) = 2^{x-4} + 1$.

Alteração correspondente no gráfico:

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = 2^x$, troca x por $x - 4$;
- ▶ $g_2(x) = 2^{x-4}$, soma 1 à função;
- ▶ Por fim, obtém-se a função $f(x) = 2^{x-4} + 1$.

Alteração correspondente no gráfico:

- ▶ Faz-se o gráfico de g_1 ;

Exemplos

Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = 2^x$, troca x por $x - 4$;
- ▶ $g_2(x) = 2^{x-4}$, soma 1 à função;
- ▶ Por fim, obtém-se a função $f(x) = 2^{x-4} + 1$.

Alteração correspondente no gráfico:

- ▶ Faz-se o gráfico de g_1 ;
- ▶ Desloca o gráfico 4 unidades para a direita para obter o gráfico de g_2 ;

Exemplos

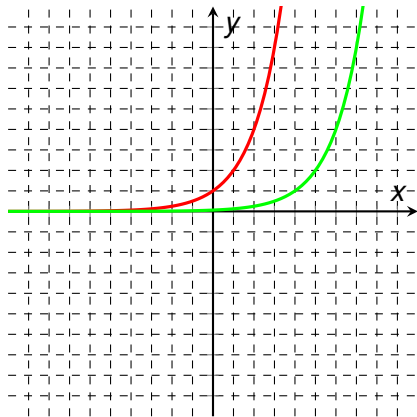
Operações na regra de formação da função:

- ▶ $g_1(x) = 2^x$, troca x por $x - 4$;
- ▶ $g_2(x) = 2^{x-4}$, soma 1 à função;
- ▶ Por fim, obtém-se a função $f(x) = 2^{x-4} + 1$.

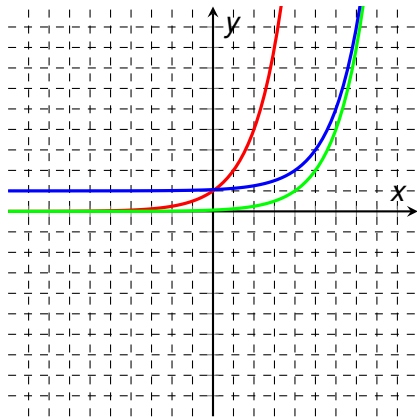
Alteração correspondente no gráfico:

- ▶ Faz-se o gráfico de g_1 ;
- ▶ Desloca o gráfico 4 unidades para a direita para obter o gráfico de g_2 ;
- ▶ Desloca o gráfico 1 unidades para a cima para obter o gráfico de f .

Exemplos



Exemplos



FIM