Funções trigonométricas, parte 3

Definições das funções trigonométricas

Giuliano Boava

Preliminares

Preliminares

Lembremos que as funções podem ser vistas como tabelas (e vice-versa).

Preliminares

Lembremos que as funções podem ser vistas como tabelas (e vice-versa).

Exemplo

A operação seno dá origem à tabela

Função seno

Domínio: Para que valores de t faz sentido calcular $\operatorname{sen} t$?

Função seno

Domínio: Para que valores de t faz sentido calcular $\operatorname{sen} t$?

$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$f(t) = \operatorname{sen} t$ (ou, se preferir $f(x) = \operatorname{sen} x$)

Função seno

Domínio: Para que valores de t faz sentido calcular $\operatorname{sen} t$?

$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$f(t) = \operatorname{sen} t \qquad$ (ou, se preferir $f(x) = \operatorname{sen} x$)

Exemplo

Para a função f acima, determine:

- $f(\pi/3)$;
- $f(-\pi)$;
- $f(180)$.

Função seno

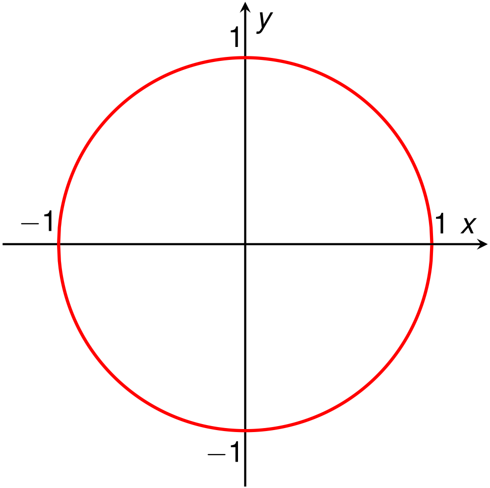
Como é o gráfico da função seno?

Função seno

Como é o gráfico da função seno?

Função seno

Como é o gráfico da função seno?

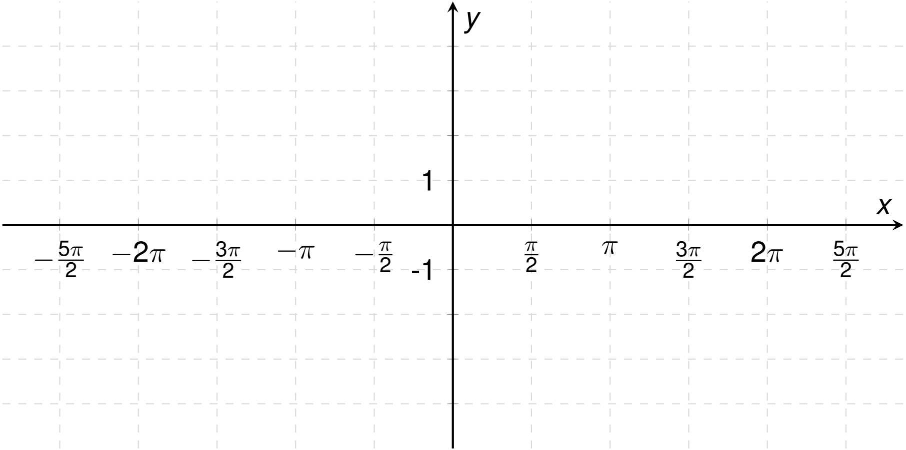


Função seno

Como é o gráfico da função seno?

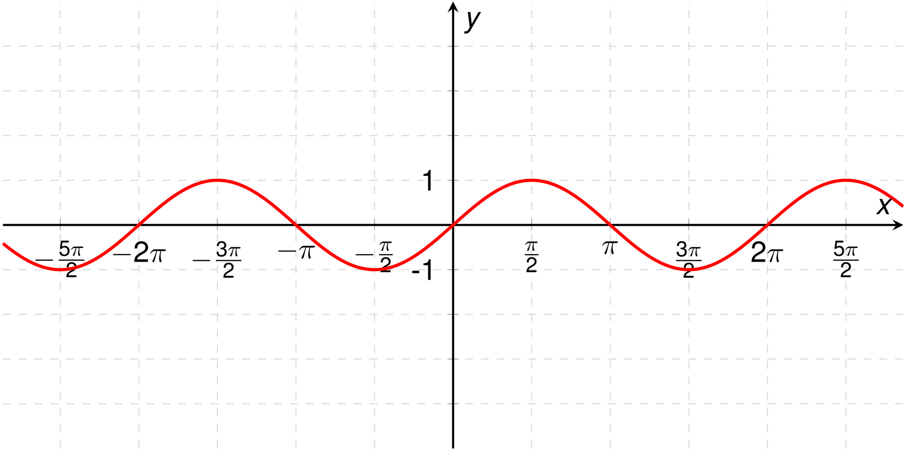
Função seno

Como é o gráfico da função seno?



Função seno

Como é o gráfico da função seno?



Função seno

Exercício

Faça o gráfico da função $f(x) = -2\,\text{sen}\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)$.

Função seno

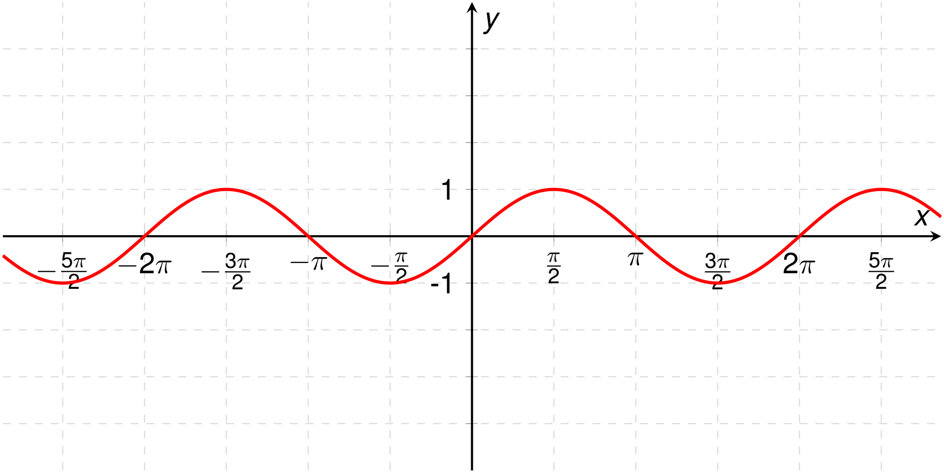
Exercício

Faça o gráfico da função $f(x) = -2\,\mathrm{sen}\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.

Solução

O gráfico da função $g_1(x) = \mathrm{sen}\, x$ é

Função seno


y
1
x
-1
$-\frac{5\pi}{2}$
-2π
$-\frac{3\pi}{2}$
$-\pi$
$-\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π
$\frac{5\pi}{2}$

Função seno

Operações na regra de formação da função:

Alteração correspondente no gráfico:

Função seno

Operações na regra de formação da função:

- $g_1(x) = \operatorname{sen} x$, multiplica a função por 2;

Alteração correspondente no gráfico:

Função seno

Operações na regra de formação da função:

- $g_1(x) = \operatorname{sen} x$, multiplica a função por 2;
- $g_2(x) = 2 \operatorname{sen} x$, multiplica a função por -1;

Alteração correspondente no gráfico:

Função seno

Operações na regra de formação da função:

- $g_1(x) = \operatorname{sen} x$, multiplica a função por 2;
- $g_2(x) = 2\operatorname{sen} x$, multiplica a função por -1;
- $g_3(x) = -2\operatorname{sen} x$, troca x por $x - \dfrac{\pi}{6}$;

Alteração correspondente no gráfico:

Função seno

Operações na regra de formação da função:

- $g_1(x) = \operatorname{sen} x$, multiplica a função por 2;
- $g_2(x) = 2 \operatorname{sen} x$, multiplica a função por -1;
- $g_3(x) = -2 \operatorname{sen} x$, troca x por $x - \dfrac{\pi}{6}$;
- Por fim, obtém-se a função $f(x) = -2 \operatorname{sen} \left(x - \dfrac{\pi}{6} \right)$.

Alteração correspondente no gráfico:

Função seno

Operações na regra de formação da função:

- $g_1(x) = \operatorname{sen} x$, multiplica a função por 2;
- $g_2(x) = 2 \operatorname{sen} x$, multiplica a função por -1;
- $g_3(x) = -2 \operatorname{sen} x$, troca x por $x - \dfrac{\pi}{6}$;
- Por fim, obtém-se a função $f(x) = -2 \operatorname{sen} \left(x - \dfrac{\pi}{6} \right)$.

Alteração correspondente no gráfico:

- Faz-se o gráfico de g_1;

Função seno

Operações na regra de formação da função:

- $g_1(x) = \operatorname{sen} x$, multiplica a função por 2;
- $g_2(x) = 2 \operatorname{sen} x$, multiplica a função por -1;
- $g_3(x) = -2 \operatorname{sen} x$, troca x por $x - \dfrac{\pi}{6}$;
- Por fim, obtém-se a função $f(x) = -2 \operatorname{sen}\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)$.

Alteração correspondente no gráfico:

- Faz-se o gráfico de g_1;
- Dilata verticalmente o gráfico por um fator 2 para obter o gráfico de g_2;

Função seno

Operações na regra de formação da função:

- $g_1(x) = \operatorname{sen} x$, multiplica a função por 2;
- $g_2(x) = 2 \operatorname{sen} x$, multiplica a função por -1;
- $g_3(x) = -2 \operatorname{sen} x$, troca x por $x - \dfrac{\pi}{6}$;
- Por fim, obtém-se a função $f(x) = -2 \operatorname{sen}\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)$.

Alteração correspondente no gráfico:

- Faz-se o gráfico de g_1;
- Dilata verticalmente o gráfico por um fator 2 para obter o gráfico de g_2;
- Espelha o gráfico em relação ao eixo x para obter o gráfico de g_3;

Função seno

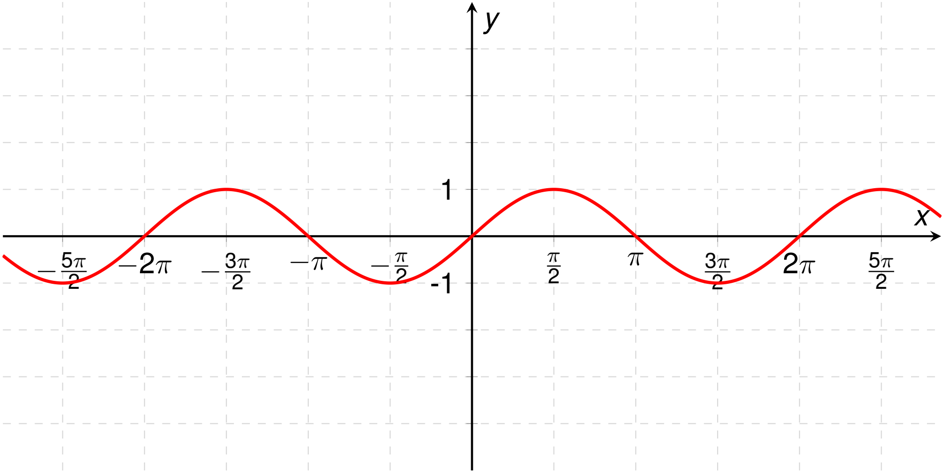
Operações na regra de formação da função:

- $g_1(x) = \operatorname{sen} x$, multiplica a função por 2;
- $g_2(x) = 2 \operatorname{sen} x$, multiplica a função por -1;
- $g_3(x) = -2 \operatorname{sen} x$, troca x por $x - \dfrac{\pi}{6}$;
- Por fim, obtém-se a função $f(x) = -2 \operatorname{sen}\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)$.

Alteração correspondente no gráfico:

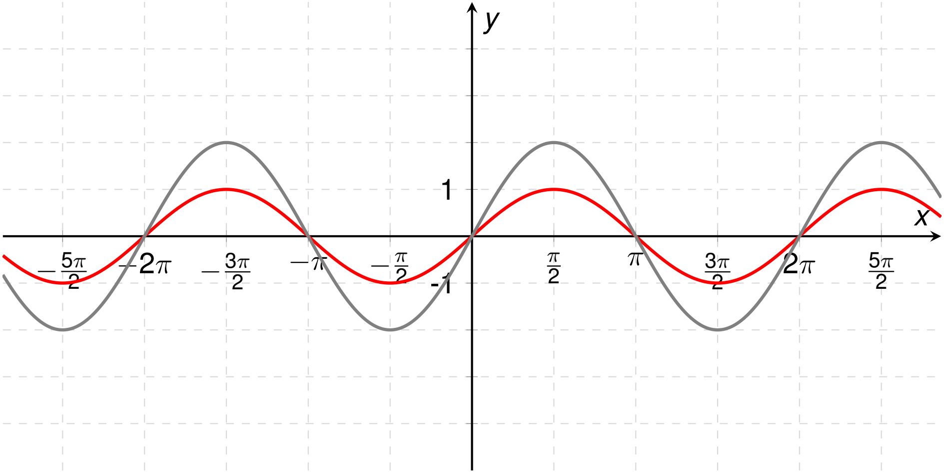
- Faz-se o gráfico de g_1;
- Dilata verticalmente o gráfico por um fator 2 para obter o gráfico de g_2;
- Espelha o gráfico em relação ao eixo x para obter o gráfico de g_3;
- Desloca o gráfico $\pi/6$ unidades para a direita para obter o gráfico de f.

Função seno



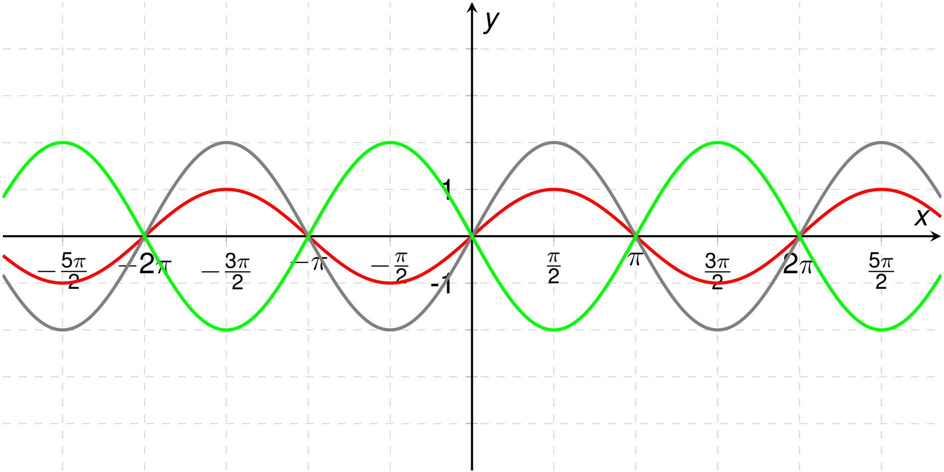
y
x
1
-1
$-\frac{5\pi}{2}$
-2π
$-\frac{3\pi}{2}$
$-\pi$
$-\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π
$\frac{5\pi}{2}$

Função seno



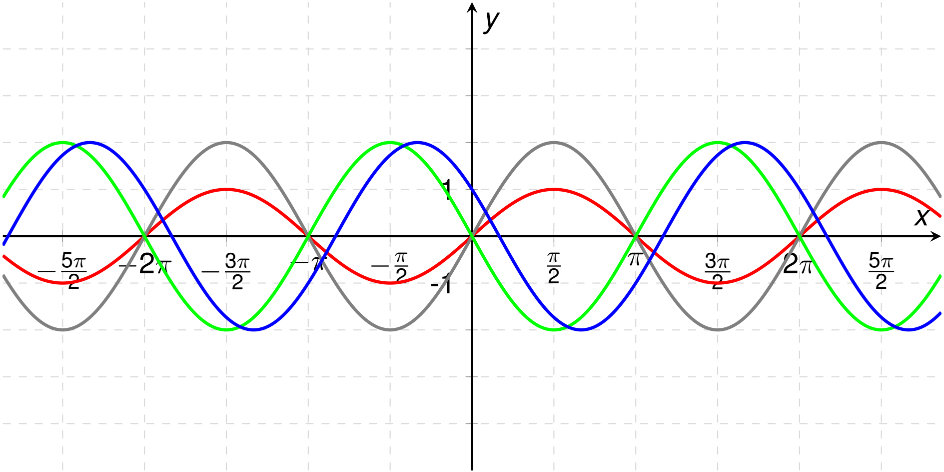
y
x
1
-1
$-\frac{5\pi}{2}$
-2π
$-\frac{3\pi}{2}$
$-\pi$
$-\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π
$\frac{5\pi}{2}$

Função seno



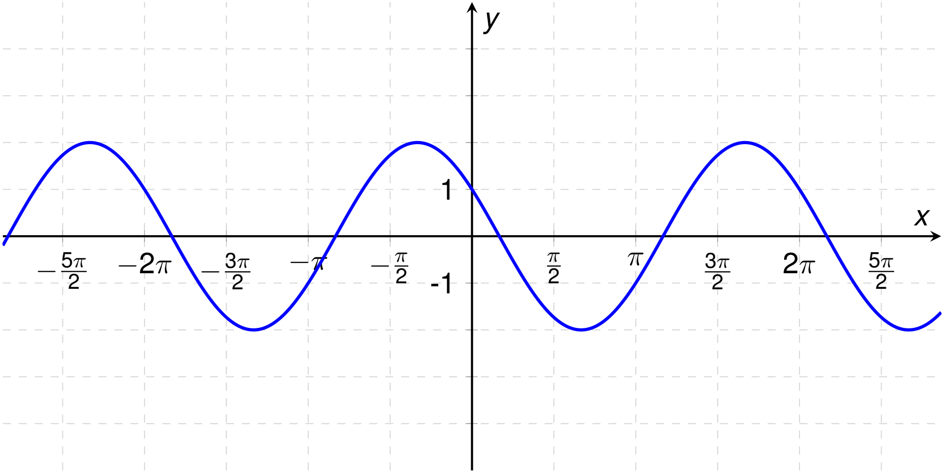
y
x
1
-1
$-\frac{5\pi}{2}$
-2π
$-\frac{3\pi}{2}$
$-\pi$
$-\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π
$\frac{5\pi}{2}$

Função seno



y
x
1
-1
$-\frac{5\pi}{2}$
-2π
$-\frac{3\pi}{2}$
$-\pi$
$-\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π
$\frac{5\pi}{2}$

Função seno



y
1
x
$-\frac{5\pi}{2}$
-2π
$-\frac{3\pi}{2}$
$-\pi$
$-\frac{\pi}{2}$
-1
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π
$\frac{5\pi}{2}$

Função cosseno

Domínio: Para que valores de t faz sentido calcular $\cos t$?

Função cosseno

Domínio: Para que valores de t faz sentido calcular $\cos t$?

$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$f(t) = \cos t$ (ou, se preferir $f(x) = \cos x$)

Função cosseno

Domínio: Para que valores de t faz sentido calcular $\cos t$?

$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$f(t) = \cos t$ (ou, se preferir $f(x) = \cos x$)

Exemplo

Para a função f acima, determine:

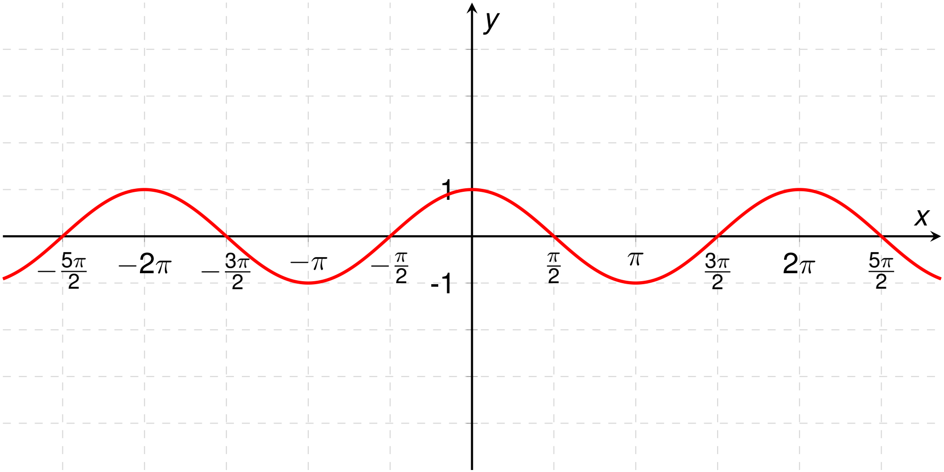
- $f(\pi/3)$;
- $f(-\pi)$.

Função cosseno

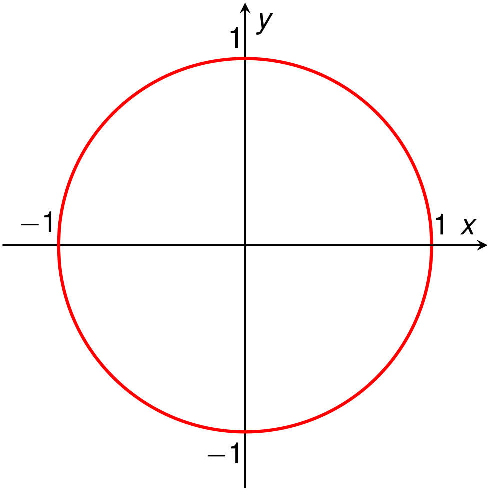
Como é o gráfico da função cosseno?

Função cosseno

Como é o gráfico da função cosseno?

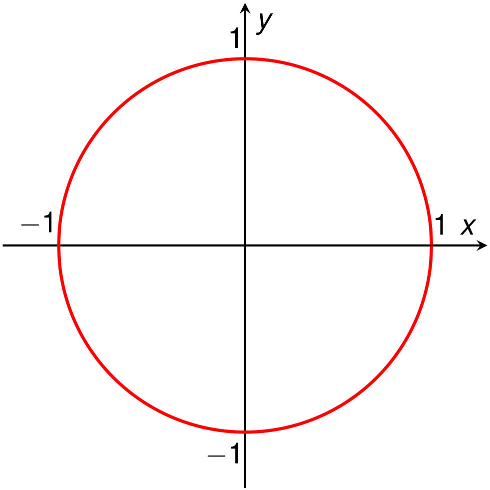


Função tangente



Domínio: Para que valores de t faz sentido calcular tg t?

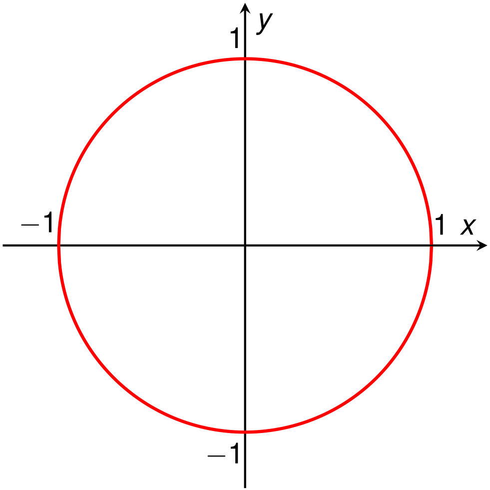
Função tangente



Domínio: Para que valores de t faz sentido calcular $\operatorname{tg} t$?

Não é possível calcular $\operatorname{tg} t$ quando $\cos t = 0$. Para que valores de t tem-se $\cos t = 0$?

Função tangente



Domínio: Para que valores de t faz sentido calcular $\operatorname{tg} t$?

Não é possível calcular $\operatorname{tg} t$ quando $\cos t = 0$. Para que valores de t tem-se $\cos t = 0$?

Observe que $\cos t = 0$ para os seguintes valores de t:

$$\ldots, -\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots$$

Função tangente

Assim, podemos definir a função tangente na forma

$$f : \mathbb{R} - \left\{ \ldots, -\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots \right\} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$f(t) = \operatorname{tg} t \qquad$ (ou, se preferir $f(x) = \operatorname{tg} x$)

Função tangente

Assim, podemos definir a função tangente na forma

$$f : \mathbb{R} - \left\{ \dots, -\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots \right\} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$f(t) = \operatorname{tg} t$ (ou, se preferir $f(x) = \operatorname{tg} x$)

Pergunta

Você não achou feia essa escrita para o domínio?

Um pouco sobre escrita de conjuntos

Mudando completamente de assunto (logo voltaremos à função tangente), vamos falar um pouco sobre conjuntos.

Um pouco sobre escrita de conjuntos

Mudando completamente de assunto (logo voltaremos à função tangente), vamos falar um pouco sobre conjuntos.

$A = \{1, 2, 3, 7\}$ (Escrito na forma de *listagem* de elementos)

Um pouco sobre escrita de conjuntos

Mudando completamente de assunto (logo voltaremos à função tangente), vamos falar um pouco sobre conjuntos.

$A = \{1, 2, 3, 7\}$ (Escrito na forma de *listagem* de elementos)

$B = \{0, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$ (Escrito na forma de listagem de elementos)

Um pouco sobre escrita de conjuntos

Mudando completamente de assunto (logo voltaremos à função tangente), vamos falar um pouco sobre conjuntos.

$A = \{1, 2, 3, 7\}$ (Escrito na forma de *listagem* de elementos)

$B = \{0, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$ (Escrito na forma de listagem de elementos)

Nem todo conjunto pode ser escrito na forma de listagem, por exemplo, $\mathbb{R}$.

Um pouco sobre escrita de conjuntos

Mudando completamente de assunto (logo voltaremos à função tangente), vamos falar um pouco sobre conjuntos.

$A = \{1, 2, 3, 7\}$ (Escrito na forma de *listagem* de elementos)

$B = \{0, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$ (Escrito na forma de listagem de elementos)

Nem todo conjunto pode ser escrito na forma de listagem, por exemplo, $\mathbb{R}$.

$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é par}\}$ (Escrito na forma de *propriedade*)

Um pouco sobre escrita de conjuntos

Mudando completamente de assunto (logo voltaremos à função tangente), vamos falar um pouco sobre conjuntos.

$A = \{1, 2, 3, 7\}$ (Escrito na forma de *listagem* de elementos)

$B = \{0, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$ (Escrito na forma de listagem de elementos)

Nem todo conjunto pode ser escrito na forma de listagem, por exemplo, $\mathbb{R}$.

$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é par}\}$ (Escrito na forma de *propriedade*)

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é par}\}$ (O nome da letra é irrelevante!!)

Um pouco sobre escrita de conjuntos

Mudando completamente de assunto (logo voltaremos à função tangente), vamos falar um pouco sobre conjuntos.

$A = \{1, 2, 3, 7\}$ (Escrito na forma de *listagem* de elementos)

$B = \{0, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$ (Escrito na forma de listagem de elementos)

Nem todo conjunto pode ser escrito na forma de listagem, por exemplo, $\mathbb{R}$.

$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é par}\}$ (Escrito na forma de *propriedade*)

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é par}\}$ (O nome da letra é irrelevante!!)

$B = \{2 \cdot 0, 2 \cdot 1, 2 \cdot 2, 2 \cdot 3, 2 \cdot 4, \ldots\}$

Um pouco sobre escrita de conjuntos

Mudando completamente de assunto (logo voltaremos à função tangente), vamos falar um pouco sobre conjuntos.

$A = \{1, 2, 3, 7\}$ (Escrito na forma de *listagem* de elementos)

$B = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$ (Escrito na forma de listagem de elementos)

Nem todo conjunto pode ser escrito na forma de listagem, por exemplo, $\mathbb{R}$.

$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é par}\}$ (Escrito na forma de *propriedade*)

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é par}\}$ (O nome da letra é irrelevante!!)

$B = \{2 \cdot 0, 2 \cdot 1, 2 \cdot 2, 2 \cdot 3, 2 \cdot 4, \dots\} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$ (Escrito na forma de *regra de formação* ou *função geradora*)

Um pouco sobre escrita de conjuntos

Mudando completamente de assunto (logo voltaremos à função tangente), vamos falar um pouco sobre conjuntos.

$A = \{1, 2, 3, 7\}$ (Escrito na forma de *listagem* de elementos)

$B = \{0, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$ (Escrito na forma de listagem de elementos)

Nem todo conjunto pode ser escrito na forma de listagem, por exemplo, $\mathbb{R}$.

$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é par}\}$ (Escrito na forma de *propriedade*)

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é par}\}$ (O nome da letra é irrelevante!!)

$B = \{2 \cdot 0, 2 \cdot 1, 2 \cdot 2, 2 \cdot 3, 2 \cdot 4, \ldots\} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$ (Escrito na forma de *regra de formação* ou *função geradora*)

$B = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$ (O nome da letra é irrelevante!!)

Um pouco sobre escrita de conjuntos

Mudando completamente de assunto (logo voltaremos à função tangente), vamos falar um pouco sobre conjuntos.

$A = \{1, 2, 3, 7\}$ (Escrito na forma de *listagem* de elementos)

$B = \{0, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$ (Escrito na forma de listagem de elementos)

Nem todo conjunto pode ser escrito na forma de listagem, por exemplo, $\mathbb{R}$.

$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é par}\}$ (Escrito na forma de *propriedade*)

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é par}\}$ (O nome da letra é irrelevante!!)

$B = \{2 \cdot 0, 2 \cdot 1, 2 \cdot 2, 2 \cdot 3, 2 \cdot 4, \ldots\} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$ (Escrito na forma de *regra de formação* ou *função geradora*)

$B = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$ (O nome da letra é irrelevante!!)

$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é par}\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é par}\} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\} = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\} = \{0, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$

Um pouco sobre escrita de conjuntos

Temos um conjunto “feio”

$$\left\{\ldots, \quad -\frac{5\pi}{2} \quad , \quad -\frac{3\pi}{2} \quad , \quad -\frac{\pi}{2} \quad , \quad \frac{\pi}{2} \quad , \quad \frac{3\pi}{2} \quad , \quad \frac{5\pi}{2} \quad , \ldots\right\}$$

Um pouco sobre escrita de conjuntos

Temos um conjunto “feio”

$$\left\{\ldots, \quad -\frac{5\pi}{2} \quad , \quad -\frac{3\pi}{2} \quad , \quad -\frac{\pi}{2} \quad , \quad \frac{\pi}{2} \quad , \quad \frac{3\pi}{2} \quad , \quad \frac{5\pi}{2} \quad , \ldots\right\}$$

$$= \left\{\ldots, \frac{\pi}{2} + (-3)\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + (-2)\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + (-1)\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + 0\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + 1\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + 2\cdot\pi, \ldots\right\}$$

Um pouco sobre escrita de conjuntos

Temos um conjunto “feio”

$$\left\{\ldots, \quad -\frac{5\pi}{2} \quad , \quad -\frac{3\pi}{2} \quad , \quad -\frac{\pi}{2} \quad , \quad \frac{\pi}{2} \quad , \quad \frac{3\pi}{2} \quad , \quad \frac{5\pi}{2} \quad , \ldots\right\}$$

$$= \left\{\ldots, \frac{\pi}{2} + (-3)\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + (-2)\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + (-1)\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + 0\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + 1\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + 2\cdot\pi, \ldots\right\}$$

$$= \left\{\frac{\pi}{2} + k\cdot\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$$

Um pouco sobre escrita de conjuntos

Temos um conjunto "feio"

$$\left\{\ldots, -\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots\right\}$$

$$= \left\{\ldots, \frac{\pi}{2} + (-3)\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + (-2)\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + (-1)\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + 0\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + 1\cdot\pi, \frac{\pi}{2} + 2\cdot\pi, \ldots\right\}$$

$$= \left\{\frac{\pi}{2} + k\cdot\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$$

Exercício

Verifique que o conjunto acima também é igual a qualquer um dos conjuntos abaixo

- $\left\{-\frac{\pi}{2} + k\cdot\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$;
- $\left\{\frac{9\pi}{2} + k\cdot\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$;
- $\left\{-\frac{15\pi}{2} + k\cdot\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Voltando à função tangente

$$f : \mathbb{R} - \left\{ \dots, -\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots \right\} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$f(t) = \operatorname{tg} t$ (ou, se preferir $f(x) = \operatorname{tg} x$)

Voltando à função tangente

$$f : \mathbb{R} - \left\{ \dots, -\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots \right\} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$f(t) = \operatorname{tg} t$ (ou, se preferir $f(x) = \operatorname{tg} x$)

Agora de forma mais bonita:

$$f : \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$f(t) = \operatorname{tg} t$ (ou, se preferir $f(x) = \operatorname{tg} x$)

Função tangente

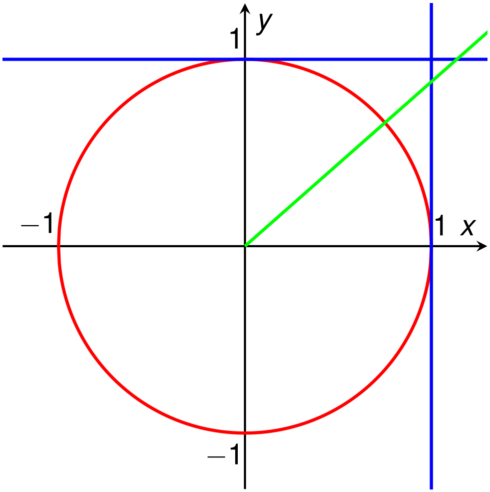
Como é o gráfico da função tangente?

Função tangente

Como é o gráfico da função tangente?

Função tangente

Como é o gráfico da função tangente?

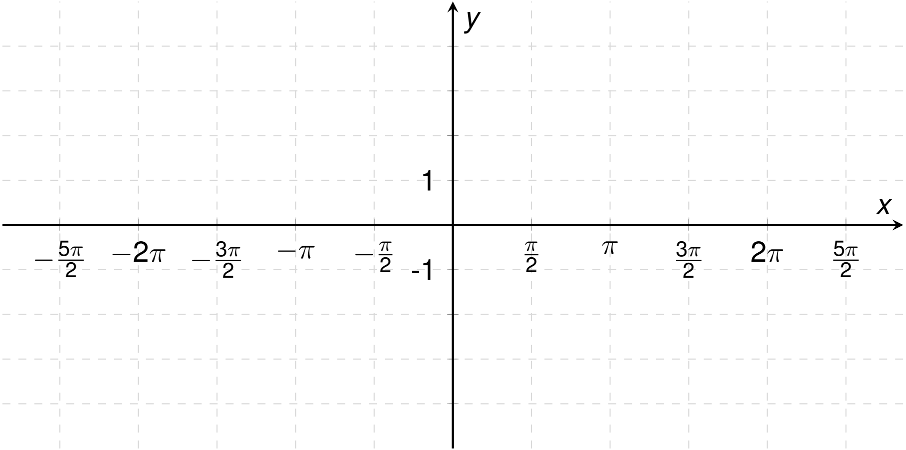


Função tangente

Como é o gráfico da função tangente?

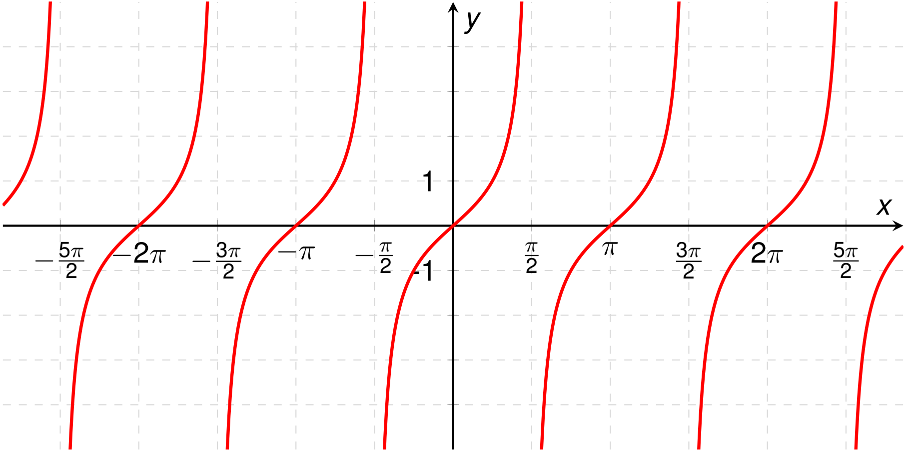
Função tangente

Como é o gráfico da função tangente?



Função tangente

Como é o gráfico da função tangente?

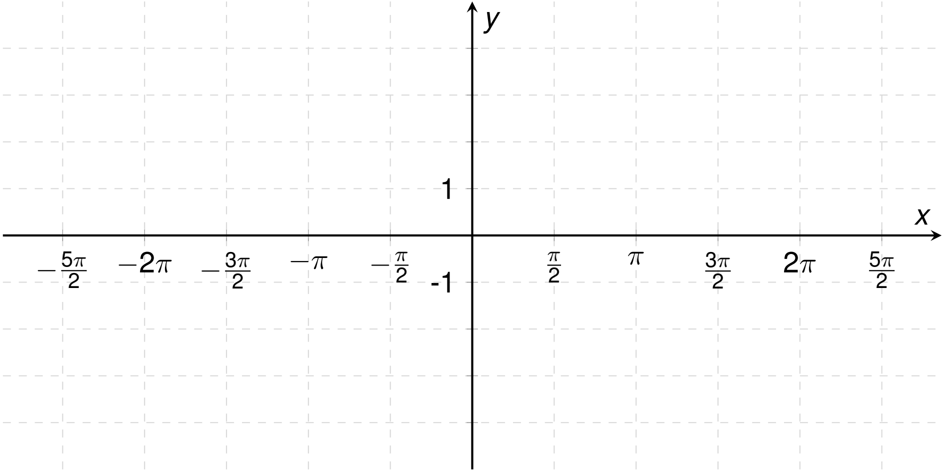


Outras funções trigonométricas

$$f : \mathbb{R} - \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \operatorname{cossec} x$$

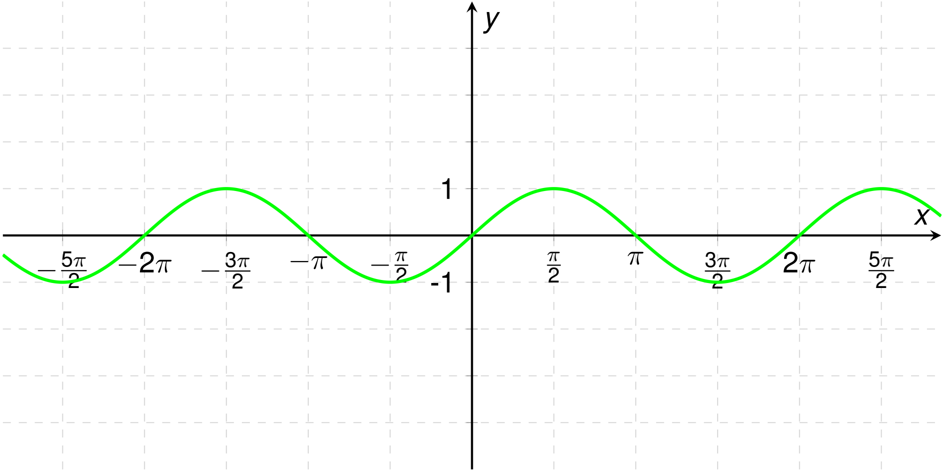
Outras funções trigonométricas

$$f : \mathbb{R} - \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \operatorname{cossec} x$$



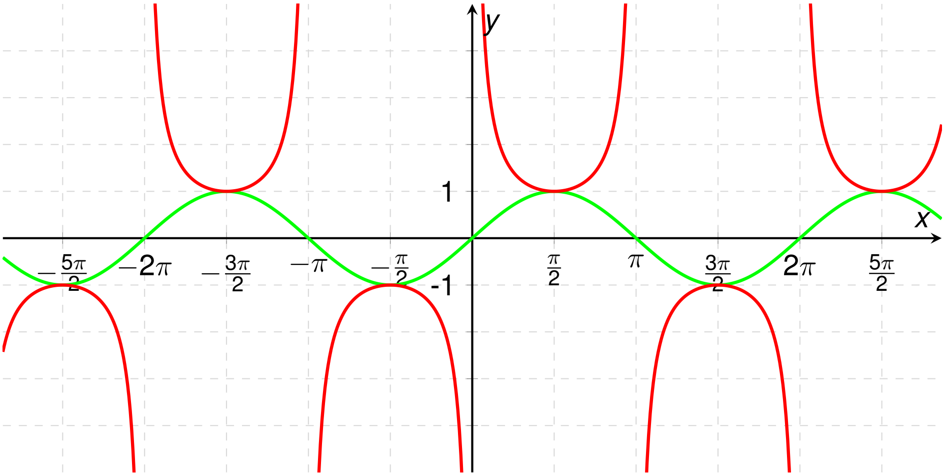
Outras funções trigonométricas

$$f : \mathbb{R} - \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \operatorname{cossec} x$$



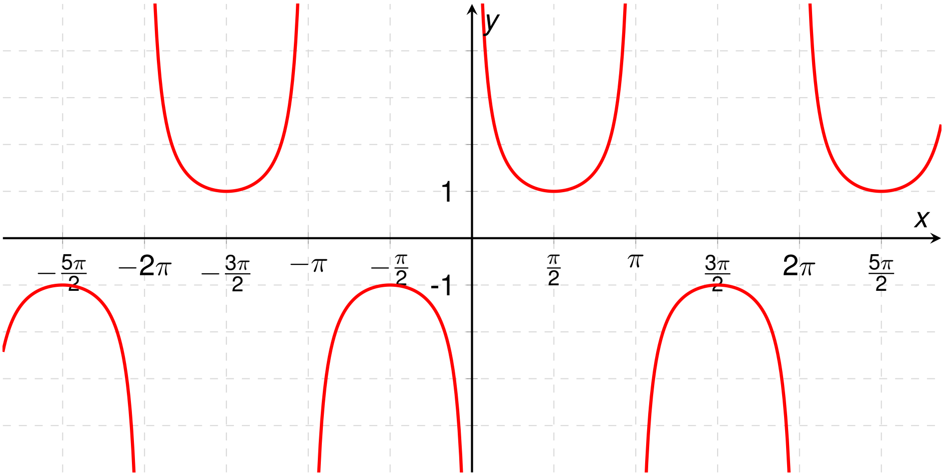
Outras funções trigonométricas

$$f : \mathbb{R} - \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \operatorname{cossec} x$$



Outras funções trigonométricas

$$f : \mathbb{R} - \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \operatorname{cossec} x$$



Exercício

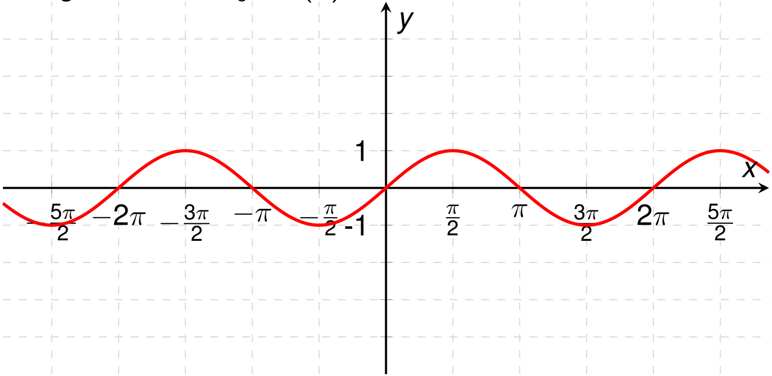
Defina e faça o gráfico das funções cotangente e cossecante.

Exercício

De todas as seis funções trigonométricas acima, diga quais são pares e quais são ímpares.

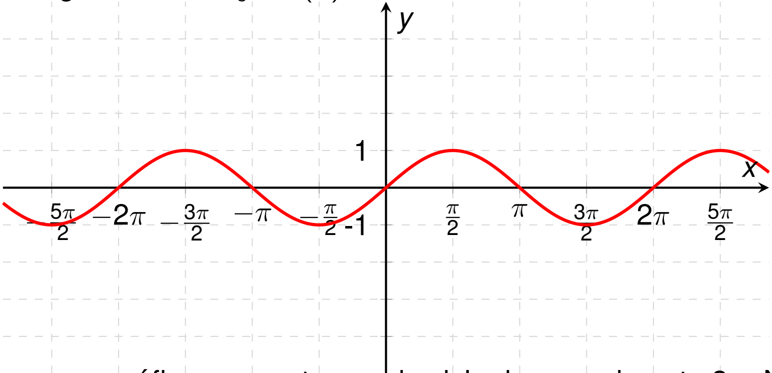
Período e frequência

Lembremos do gráfico da função $f(x) = \operatorname{sen} x$:



Período e frequência

Lembremos do gráfico da função $f(x) = \operatorname{sen} x$:



Observemos que o gráfico se repete a cada ciclo de comprimento 2π. Neste caso, dizemos que 2π é um *período* da função seno. O mesmo vale para 4π, 6π, etc.. O menor de todos os períodos é chamado de *período fundamental* ou, simplesmente, *o período* da função. Assim, 2π é o período fundamental da função seno. Algebricamente, $T > 0$ é um período da função f se $f(x + T) = f(x)$ para todo $x \in \text{Dom}(f)$.

Período e frequência

Exercício

Observe o gráfico e determine o período fundamental das outras cinco funções trigonométricas.

Período e frequência

A frequência de uma função periódica é definida como o inverso do período. Por exemplo, a frequência da função seno é $\dfrac{1}{2\pi}$.

Período e frequência

A frequência de uma função periódica é definida como o inverso do período. Por exemplo, a frequência da função seno é $\dfrac{1}{2\pi}$.

Não é difícil entender a relação entre período e frequência. Por exemplo, os anos bissextos ocorrem de 4 em 4 anos. Isso significa que o ciclo se repete em 4 anos, isto é, o período para ocorrência de anos bissextos é 4 anos. Por outro lado, a resposta para a pergunta “Com que frequência há anos bissextos?” é “Um a cada 4 anos.”, que pode ser traduzida matematicamente como $\dfrac{1}{4 \text{ anos}}$.

Período e frequência

A frequência de uma função periódica é definida como o inverso do período. Por exemplo, a frequência da função seno é $\dfrac{1}{2\pi}$.

Não é difícil entender a relação entre período e frequência. Por exemplo, os anos bissextos ocorrem de 4 em 4 anos. Isso significa que o ciclo se repete em 4 anos, isto é, o período para ocorrência de anos bissextos é 4 anos. Por outro lado, a resposta para a pergunta “Com que frequência há anos bissextos?” é “Um a cada 4 anos.”, que pode ser traduzida matematicamente como $\dfrac{1}{4 \text{ anos}}$.

Em situações concretas, o período de uma função quase sempre é medido em alguma unidade de tempo (por exemplo, segundos). Assim, a unidade de medida da frequência é sempre o inverso de alguma unidade de tempo (por exemplo, $1/s = s^{-1}$). Para o inverso de segundos, foi criada a nomenclatura *Hertz*, isto é, $1 \text{ Hertz} = 1\ Hz = 1\ s^{-1}$.

Período e frequência

Exercício

Determine o período da função $f(x) = 3 + 2\,\mathrm{sen}(4x - \pi/3)$.

Período e frequência

Exercício

Determine o período da função $f(x) = 3 + 2\,\text{sen}(4x - \pi/3)$.

Solução

O período é $2\pi/4 = \pi/2$.

Período e frequência

Exercício

Determine o período da função $f(x) = 3 + 2\,\text{sen}(4x - \pi/3)$.

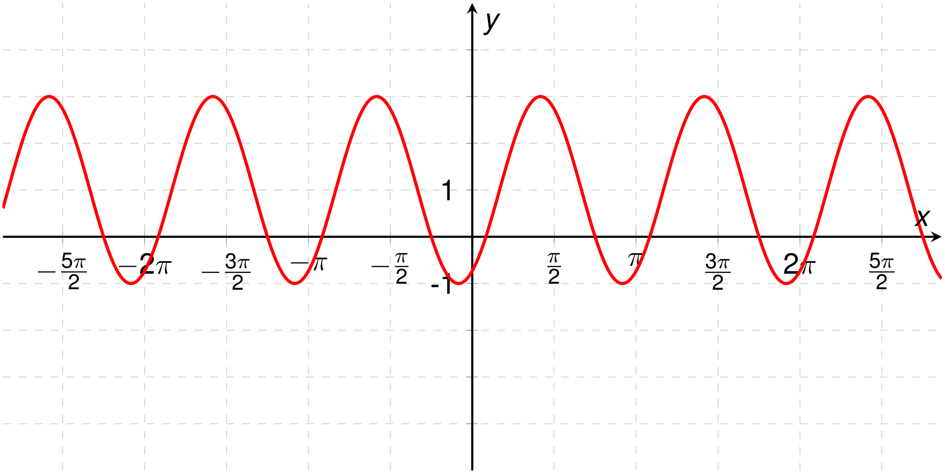
Solução

O período é $2\pi/4 = \pi/2$.

De maneira geral, o período de $\text{sen}(\omega x)$ é $2\pi/\omega$.

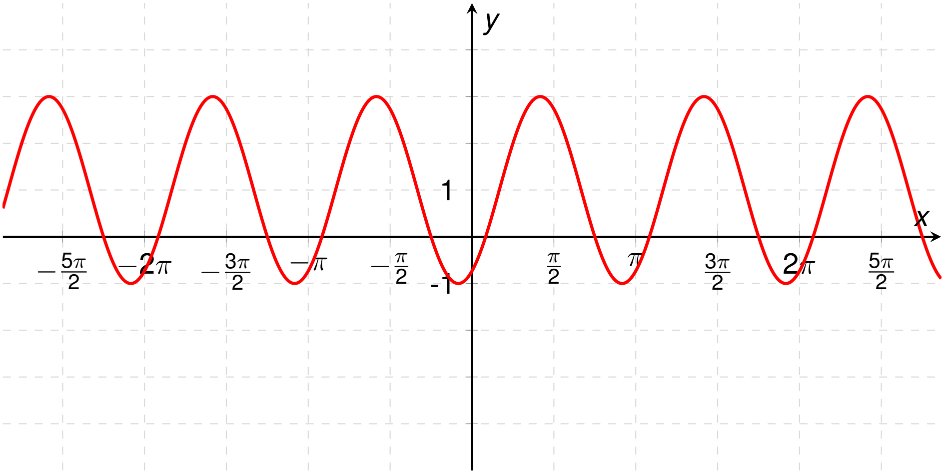
Amplitude e fase

Olhemos para o gráfico da função $f(x) = 1 + 2\,\text{sen}\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$



Amplitude e fase

Olhemos para o gráfico da função $f(x) = 1 + 2\,\mathrm{sen}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$



Seu período é π, sua frequência é $1/\pi$, sua amplitude é 2 e sua fase é $\pi/6$.

FIM