

Funções trigonométricas, parte 6

Fórmulas trigonométricas

Giuliano Boava

Preliminares

Pecados mortais na matemática:

Preliminares

Pecados mortais na matemática:

► $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

Preliminares

Pecados mortais na matemática:

$$\blacktriangleright \frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\blacktriangleright \frac{2+x}{a+b} = \frac{2}{a} + \frac{x}{b}$$

Preliminares

Pecados mortais na matemática:

- ▶ $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

- ▶ $\frac{2+x}{a+b} = \frac{2}{a} + \frac{x}{b}$

- ▶ $(x+2)^2 = x^2 + 2^2$

Preliminares

Pecados mortais na matemática:

- ▶ $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

- ▶ $\frac{2+x}{a+b} = \frac{2}{a} + \frac{x}{b}$

- ▶ $(x+2)^2 = x^2 + 2^2$

- ▶ $(x+y)^3 = x^3 + y^3$

Preliminares

Pecados mortais na matemática:

- ▶ $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

- ▶ $\frac{2+x}{a+b} = \frac{2}{a} + \frac{x}{b}$

- ▶ $(x+2)^2 = x^2 + 2^2$

- ▶ $(x+y)^3 = x^3 + y^3$

- ▶ $\sqrt{x^2+4} = x+2$

Preliminares

Pecados mortais na matemática:

$$\triangleright \frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\triangleright \frac{2+x}{a+b} = \frac{2}{a} + \frac{x}{b}$$

$$\triangleright (x+2)^2 = x^2 + 2^2$$

$$\triangleright (x+y)^3 = x^3 + y^3$$

$$\triangleright \sqrt{x^2+4} = x+2$$

$$\triangleright (a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$$

Preliminares

Pecados mortais na matemática:

- ▶ $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

- ▶ $\frac{2+x}{a+b} = \frac{2}{a} + \frac{x}{b}$

- ▶ $(x+2)^2 = x^2 + 2^2$

- ▶ $(x+y)^3 = x^3 + y^3$

- ▶ $\sqrt{x^2+4} = x+2$

- ▶ $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$

- ▶ $\log(a+b) = \log a + \log b$

Preliminares

Pecados mortais na matemática:

- ▶ $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

- ▶ $\frac{2+x}{a+b} = \frac{2}{a} + \frac{x}{b}$

- ▶ $(x+2)^2 = x^2 + 2^2$

- ▶ $(x+y)^3 = x^3 + y^3$

- ▶ $\sqrt{x^2+4} = x+2$

- ▶ $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$

- ▶ $\log(a+b) = \log a + \log b$

- ▶ $\sin(a+b) = \sin a + \sin b$

Preliminares

Pecados mortais na matemática:

- ▶ $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

- ▶ $\frac{2+x}{a+b} = \frac{2}{a} + \frac{x}{b}$

- ▶ $(x+2)^2 = x^2 + 2^2$

- ▶ $(x+y)^3 = x^3 + y^3$

- ▶ $\sqrt{x^2+4} = x+2$

- ▶ $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$

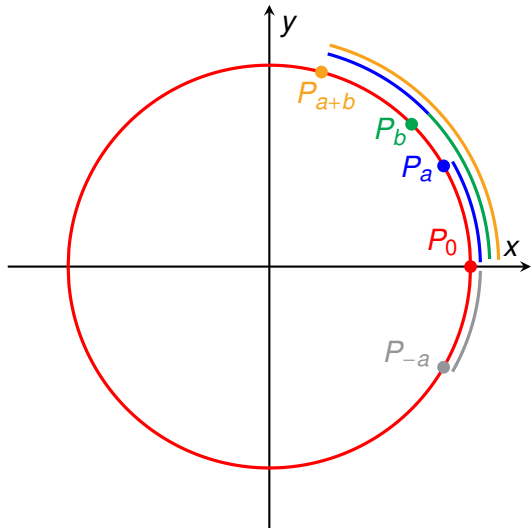
- ▶ $\log(a+b) = \log a + \log b$

- ▶ $\sin(a+b) = \sin a + \sin b$

- ▶ $\cos(a+b) = \cos a + \cos b$

Fórmulas trigonométricas

Desenvolveremos uma fórmula para $\cos(a+b)$. A partir desta fórmula, derivaremos várias outras.



Tamanho em azul: a .

Tamanho em verde: b .

Tamanho em amarelo: $a+b$.

Tamanho em cinza: a .

Pontos terminais:

de a : $P_a = (\cos a, \sin a)$.

de b : $P_b = (\cos b, \sin b)$.

de $a+b$: $P_{a+b} = (\cos(a+b), \sin(a+b))$.

de $-a$: $P_{-a} = (\cos a, -\sin a)$.

Ponto de partida do círculo: $P_0 = (1, 0)$.

Fórmulas trigonométricas

Como os arcos $\widehat{P_0 P_{a+b}}$ e $\widehat{P_{-a} P_b}$ possuem o mesmo comprimento, então os segmentos de reta $\overline{P_0 P_{a+b}}$ e $\overline{P_{-a} P_b}$ também possuem. Logo,

$$\text{dist}(P_0, P_{a+b}) = \text{dist}(P_{-a}, P_b) \iff$$

Fórmulas trigonométricas

Como os arcos $\widehat{P_0 P_{a+b}}$ e $\widehat{P_{-a} P_b}$ possuem o mesmo comprimento, então os segmentos de reta $\overline{P_0 P_{a+b}}$ e $\overline{P_{-a} P_b}$ também possuem. Logo,

$$\text{dist}(P_0, P_{a+b}) = \text{dist}(P_{-a}, P_b) \iff$$

$$(\cos(a+b) - 1)^2 + (\sin(a+b) - 0)^2 = (\cos b - \cos a)^2 + (\sin b + \sin a)^2 \iff$$

Fórmulas trigonométricas

Como os arcos $\widehat{P_0 P_{a+b}}$ e $\widehat{P_{-a} P_b}$ possuem o mesmo comprimento, então os segmentos de reta $\overline{P_0 P_{a+b}}$ e $\overline{P_{-a} P_b}$ também possuem. Logo,

$$\text{dist}(P_0, P_{a+b}) = \text{dist}(P_{-a}, P_b) \iff$$

$$(\cos(a+b) - 1)^2 + (\sin(a+b) - 0)^2 = (\cos b - \cos a)^2 + (\sin b + \sin a)^2 \iff$$

$$\begin{aligned} \cos^2(a+b) - 2\cos(a+b) + 1 + \sin^2(a+b) = \\ \cos^2 b - 2\cos b \cos a + \cos^2 a + \sin^2 b + 2\sin b \sin a + \sin^2 a \iff \end{aligned}$$

Fórmulas trigonométricas

Como os arcos $\widehat{P_0 P_{a+b}}$ e $\widehat{P_{-a} P_b}$ possuem o mesmo comprimento, então os segmentos de reta $\overline{P_0 P_{a+b}}$ e $\overline{P_{-a} P_b}$ também possuem. Logo,

$$\text{dist}(P_0, P_{a+b}) = \text{dist}(P_{-a}, P_b) \iff$$

$$(\cos(a+b) - 1)^2 + (\sin(a+b) - 0)^2 = (\cos b - \cos a)^2 + (\sin b + \sin a)^2 \iff$$

$$\begin{aligned} \cos^2(a+b) - 2\cos(a+b) + 1 + \sin^2(a+b) = \\ \cos^2 b - 2\cos b \cos a + \cos^2 a + \sin^2 b + 2\sin b \sin a + \sin^2 a \iff \end{aligned}$$

$$2 - 2\cos(a+b) = 2 - 2\cos b \cos a + 2\sin b \sin a \iff$$

Fórmulas trigonométricas

Como os arcos $\widehat{P_0 P_{a+b}}$ e $\widehat{P_{-a} P_b}$ possuem o mesmo comprimento, então os segmentos de reta $\overline{P_0 P_{a+b}}$ e $\overline{P_{-a} P_b}$ também possuem. Logo,

$$\text{dist}(P_0, P_{a+b}) = \text{dist}(P_{-a}, P_b) \iff$$

$$(\cos(a+b) - 1)^2 + (\sin(a+b) - 0)^2 = (\cos b - \cos a)^2 + (\sin b + \sin a)^2 \iff$$

$$\begin{aligned} \cos^2(a+b) - 2\cos(a+b) + 1 + \sin^2(a+b) = \\ \cos^2 b - 2\cos b \cos a + \cos^2 a + \sin^2 b + 2\sin b \sin a + \sin^2 a \iff \end{aligned}$$

$$2 - 2\cos(a+b) = 2 - 2\cos b \cos a + 2\sin b \sin a \iff$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$$

Fórmulas trigonométricas

Exemplo

Calcule $\cos(7\pi/12)$.

Fórmulas trigonométricas

Relembrando: seno é uma função ímpar e cosseno é uma função par.

Fórmulas trigonométricas

Relembrando: seno é uma função ímpar e cosseno é uma função par.

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

Fórmulas trigonométricas

Relembrando: seno é uma função ímpar e cosseno é uma função par.

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(\odot + \otimes) = \cos \odot \cos \otimes - \sin \odot \sin \otimes$$

Fórmulas trigonométricas

Relembrando: seno é uma função ímpar e cosseno é uma função par.

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(\odot + \otimes) = \cos \odot \cos \otimes - \sin \odot \sin \otimes$$

$$\cos(a + (-b)) = \cos a \cos(-b) - \sin a \sin(-b)$$

Fórmulas trigonométricas

Relembrando: seno é uma função ímpar e cosseno é uma função par.

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(\odot + \otimes) = \cos \odot \cos \otimes - \sin \odot \sin \otimes$$

$$\cos(a + (-b)) = \cos a \cos(-b) - \sin a \sin(-b)$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

Outras identidades trigonométricas

Relembrando: $\cos(\pi/2 - x) = \sin x$ e $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$.

Outras identidades trigonométricas

Relembrando: $\cos(\pi/2 - x) = \sin x$ e $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$.

$$\sin(a + b) = \cos(\pi/2 - (a + b))$$

Outras identidades trigonométricas

Relembrando: $\cos(\pi/2 - x) = \sin x$ e $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$.

$$\sin(a + b) = \cos(\pi/2 - (a + b))$$

$$\sin(a + b) = \cos((\pi/2 - a) - b)$$

Outras identidades trigonométricas

Relembrando: $\cos(\pi/2 - x) = \sin x$ e $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$.

$$\sin(a + b) = \cos(\pi/2 - (a + b))$$

$$\sin(a + b) = \cos((\pi/2 - a) - b)$$

$$\sin(a + b) = \cos(\pi/2 - a) \cos b + \sin(\pi/2 - a) \sin b$$

Outras identidades trigonométricas

Relembrando: $\cos(\pi/2 - x) = \sin x$ e $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$.

$$\sin(a + b) = \cos(\pi/2 - (a + b))$$

$$\sin(a + b) = \cos((\pi/2 - a) - b)$$

$$\sin(a + b) = \cos(\pi/2 - a) \cos b + \sin(\pi/2 - a) \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

Fórmulas trigonométricas

Relembrando: seno é uma função ímpar e cosseno é uma função par.

Fórmulas trigonométricas

Relembrando: seno é uma função ímpar e cosseno é uma função par.

$$\operatorname{sen}(a + b) = \operatorname{sen} a \cos b + \cos a \operatorname{sen} b$$

Fórmulas trigonométricas

Relembrando: seno é uma função ímpar e cosseno é uma função par.

$$\operatorname{sen}(a + b) = \operatorname{sen} a \cos b + \cos a \operatorname{sen} b$$

$$\operatorname{sen}(\odot + \odot) = \operatorname{sen} \odot \cos \odot + \cos \odot \operatorname{sen} \odot$$

Fórmulas trigonométricas

Relembrando: seno é uma função ímpar e cosseno é uma função par.

$$\operatorname{sen}(a + b) = \operatorname{sen} a \cos b + \cos a \operatorname{sen} b$$

$$\operatorname{sen}(\odot + \otimes) = \operatorname{sen} \odot \cos \otimes + \cos \odot \operatorname{sen} \otimes$$

$$\operatorname{sen}(a + (-b)) = \operatorname{sen} a \cos(-b) + \cos a \operatorname{sen}(-b)$$

Fórmulas trigonométricas

Relembrando: seno é uma função ímpar e cosseno é uma função par.

$$\operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a \cos b + \cos a \operatorname{sen} b$$

$$\operatorname{sen}(\odot + \odot) = \operatorname{sen} \odot \cos \odot + \cos \odot \operatorname{sen} \odot$$

$$\operatorname{sen}(a+(-b)) = \operatorname{sen} a \cos(-b) + \cos a \operatorname{sen}(-b)$$

$$\operatorname{sen}(a-b) = \operatorname{sen} a \cos b - \cos a \operatorname{sen} b$$

Fórmulas trigonométricas

Exemplo

Calcule $\sin(\pi/12)$.

Fórmulas trigonométricas

Resumo até agora:

Fórmulas trigonométricas

Resumo até agora:

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

Fórmulas trigonométricas

Resumo até agora:

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

Fórmulas trigonométricas

Resumo até agora:

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$\operatorname{sen}(a + b) = \operatorname{sen} a \cos b + \cos a \operatorname{sen} b$$

Fórmulas trigonométricas

Resumo até agora:

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$\operatorname{sen}(a + b) = \operatorname{sen} a \cos b + \cos a \operatorname{sen} b$$

$$\operatorname{sen}(a - b) = \operatorname{sen} a \cos b - \cos a \operatorname{sen} b$$

Fórmulas trigonométricas

Exercício

Demonstre a seguinte fórmula para a tangente da soma:

$$\operatorname{tg}(a+b) = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}.$$

Fórmulas trigonométricas

Exercício

Demonstre as seguintes fórmulas:

$$\operatorname{sen}(2x) = 2 \operatorname{sen} x \cos x$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$$

$$\cos(2x) = 1 - 2 \operatorname{sen}^2 x$$

$$\cos(2x) = 2 \cos^2 x - 1$$

Fórmulas trigonométricas

Exercício

Demonstre as seguintes fórmulas:

$$\operatorname{sen}(2x) = 2 \operatorname{sen} x \cos x$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$$

$$\cos(2x) = 1 - 2 \operatorname{sen}^2 x$$

$$\cos(2x) = 2 \cos^2 x - 1$$

Exercício

Encontre uma fórmula para $\cos(3x)$.

Fórmulas trigonométricas

$$\cos(2x) = 1 - 2\operatorname{sen}^2 x \iff$$

Fórmulas trigonométricas

$$\cos(2x) = 1 - 2\operatorname{sen}^2 x \iff$$

$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2} \iff$$

Fórmulas trigonométricas

$$\cos(2x) = 1 - 2\operatorname{sen}^2 x \iff$$

$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2} \iff$$

$$\operatorname{sen} x = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(2x)}{2}} \iff$$

Fórmulas trigonométricas

$$\cos(2x) = 1 - 2\operatorname{sen}^2 x \iff$$

$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2} \iff$$

$$\operatorname{sen} x = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(2x)}{2}} \iff$$

$$\operatorname{sen} \text{☺} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(2\text{☺})}{2}} \iff$$

Fórmulas trigonométricas

$$\cos(2x) = 1 - 2\operatorname{sen}^2 x \iff$$

$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2} \iff$$

$$\operatorname{sen} x = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(2x)}{2}} \iff$$

$$\operatorname{sen} \text{☺} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(2\text{☺})}{2}} \iff$$

$$\operatorname{sen}(x/2) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

Fórmulas trigonométricas

Exemplo

Calcule $\sin(\pi/12)$.

Fórmulas trigonométricas

Desafio

Explique por que

$$\operatorname{sen}(\pi/12) = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4} \quad \text{e} \quad \operatorname{sen}(\pi/12) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}.$$

Fórmulas trigonométricas

$$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 \iff$$

Fórmulas trigonométricas

$$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 \quad \Longleftrightarrow$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2} \quad \Longleftrightarrow$$

Fórmulas trigonométricas

$$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 \quad \Longleftrightarrow$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2} \quad \Longleftrightarrow$$

$$\cos x = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos(2x)}{2}} \quad \Longleftrightarrow$$

Fórmulas trigonométricas

$$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 \quad \Longleftrightarrow$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2} \quad \Longleftrightarrow$$

$$\cos x = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos(2x)}{2}} \quad \Longleftrightarrow$$

$$\cos \text{☺} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos(2\text{☺})}{2}} \quad \Longleftrightarrow$$

Fórmulas trigonométricas

$$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 \quad \Longleftrightarrow$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2} \quad \Longleftrightarrow$$

$$\cos x = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos(2x)}{2}} \quad \Longleftrightarrow$$

$$\cos \text{☺} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos(2\text{☺})}{2}} \quad \Longleftrightarrow$$

$$\cos(x/2) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

Fórmulas trigonométricas

$$(i) \cos(a + b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$(ii) \cos(a - b) = \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$(iii) \operatorname{sen}(a + b) = \operatorname{sen} a \cos b + \cos a \operatorname{sen} b$$

$$(iv) \operatorname{sen}(a - b) = \operatorname{sen} a \cos b - \cos a \operatorname{sen} b$$

Fórmulas trigonométricas

$$(i) \quad \cos(a+b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$(i) + (ii) \implies \\ \cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos a \cos b$$

$$(ii) \quad \cos(a-b) = \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$(iii) \quad \operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a \cos b + \cos a \operatorname{sen} b$$

$$(iv) \quad \operatorname{sen}(a-b) = \operatorname{sen} a \cos b - \cos a \operatorname{sen} b$$

Fórmulas trigonométricas

$$(i) \quad \cos(a+b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$(ii) \quad \cos(a-b) = \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$(iii) \quad \operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a \cos b + \cos a \operatorname{sen} b$$

$$(iv) \quad \operatorname{sen}(a-b) = \operatorname{sen} a \cos b - \cos a \operatorname{sen} b$$

$$(i) + (ii) \Rightarrow \\ \cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos a \cos b$$

$$(ii) - (i) \Rightarrow \\ \cos(a-b) - \cos(a+b) = 2 \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

Fórmulas trigonométricas

$$(i) \quad \cos(a+b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$(ii) \quad \cos(a-b) = \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$(iii) \quad \operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a \cos b + \cos a \operatorname{sen} b$$

$$(iv) \quad \operatorname{sen}(a-b) = \operatorname{sen} a \cos b - \cos a \operatorname{sen} b$$

$$(i) + (ii) \Rightarrow \\ \cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos a \cos b$$

$$(ii) - (i) \Rightarrow \\ \cos(a-b) - \cos(a+b) = 2 \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$(iii) + (iv) \Rightarrow \\ \operatorname{sen}(a+b) + \operatorname{sen}(a-b) = 2 \operatorname{sen} a \cos b$$

Fórmulas trigonométricas

$$(i) \quad \cos(a+b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$(ii) \quad \cos(a-b) = \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$(iii) \quad \operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a \cos b + \cos a \operatorname{sen} b$$

$$(iv) \quad \operatorname{sen}(a-b) = \operatorname{sen} a \cos b - \cos a \operatorname{sen} b$$

$$(i) + (ii) \Rightarrow \\ \cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos a \cos b$$

$$(ii) - (i) \Rightarrow \\ \cos(a-b) - \cos(a+b) = 2 \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$(iii) + (iv) \Rightarrow \\ \operatorname{sen}(a+b) + \operatorname{sen}(a-b) = 2 \operatorname{sen} a \cos b$$

$$(iii) - (iv) \Rightarrow \\ \operatorname{sen}(a+b) - \operatorname{sen}(a-b) = 2 \cos a \operatorname{sen} b$$

Fórmulas trigonométricas

Exemplo

Reescreva $\cos(5x)\cos(3x)$ como uma soma de expressões trigonométricas.

Fórmulas trigonométricas

Exemplo

Reescreva $\cos(5x)\cos(3x)$ como uma soma de expressões trigonométricas.

Solução

$$2\cos a \cos b = \cos(a + b) + \cos(a - b)$$

Fórmulas trigonométricas

Exemplo

Reescreva $\cos(5x)\cos(3x)$ como uma soma de expressões trigonométricas.

Solução

$$2\cos a \cos b = \cos(a + b) + \cos(a - b)$$

$$2\cos(5x) \cos(3x) = \cos(8x) + \cos(2x)$$

Fórmulas trigonométricas

Exemplo

Reescreva $\cos(5x)\cos(3x)$ como uma soma de expressões trigonométricas.

Solução

$$2\cos a \cos b = \cos(a + b) + \cos(a - b)$$

$$2\cos(5x) \cos(3x) = \cos(8x) + \cos(2x)$$

$$\cos(5x) \cos(3x) = \frac{\cos(8x)}{2} + \frac{\cos(2x)}{2}$$

Fórmulas trigonométricas

Exemplo

Reescreva $\sin(5x) + \sin(3x)$ como um produto de expressões trigonométricas.

Fórmulas trigonométricas

Exemplo

Reescreva $\sin(5x) + \sin(3x)$ como um produto de expressões trigonométricas.

Solução

$$\sin(a + b) + \sin(a - b) = 2 \sin a \cos b$$

Fórmulas trigonométricas

Exemplo

Reescreva $\text{sen}(5x) + \text{sen}(3x)$ como um produto de expressões trigonométricas.

Solução

$$\text{sen}(a + b) + \text{sen}(a - b) = 2 \text{sen } a \cos b$$

$$\text{sen}(5x) + \text{sen}(3x) = 2 \text{sen}(4x) \cos x$$

Fórmulas trigonométricas

Lista de fórmulas deduzidas:

- (i) $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
- (ii) $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
- (iii) $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$
- (iv) $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$
- (v) $\operatorname{tg}(a+b) = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}$
- (vi) $\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$
- (vii) $\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$

$$\text{(viii)} \quad \cos(2x) = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\text{(ix)} \quad \cos(2x) = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\text{(x)} \quad \sin(x/2) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

$$\text{(xi)} \quad \cos(x/2) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

$$\text{(xii)} \quad \cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos a \cos b$$

$$\text{(xiii)} \quad \cos(a-b) - \cos(a+b) = 2 \sin a \sin b$$

$$\text{(xiv)} \quad \sin(a+b) + \sin(a-b) = 2 \sin a \cos b$$

$$\text{(xv)} \quad \sin(a+b) - \sin(a-b) = 2 \cos a \sin b$$

FIM